# Sistema de protección en el cultivo de mora uva en Arcabuco: Impacto en la producción y calidad del fruto

**Nicolle Camargo Malagon**

Tutor(a): Marisol García Peña

Cotutor(a): Sergio Arciniegas Alarcón

Pontificia Universidad Javeriana

Facultad de Ciencias

Pregrado en Ciencia de Datos

Bogotá D.C

2025

# Índice

**Dedicatoria** 1

**Agradecimientos** 1

**Resumen** 2

**Objetivo General** 4

**Objetivos Específicos** 4

**Introducción** 5

**Marco teórico** 7

Mora (Rubus spp.) . . . 7

Generalidades . . . 7

Condiciones ambientales . . . 7

Enfermedades y plagas . . . 8

Manejo fisio-sanitario y buenas prácticas . . . 9

Mora uva (Rubus Robustus C. Presl.) . . . 10

Fertilización . . . 11

Suelos y estándares para el cultivo . . . 11

Técnicas de Fertilización Radicular . . . 12

Tecnología de agricultura protegida . . . 13

Cultivos bajo techo . . . 13

Modelo de microclima en agricultura protegida . . . 13

Productividad y comercialización . . . 14

Contextualización del municipio, departamento y país . . . 14

Factores climáticos influyentes en la producción . . . 15

Procedimientos de campo y teoría de la producción agrícola . . . 16

Calidad del fruto . . . . . 17
NTC 4106 . . . . . 17

**Metodología** **20**

Población . . . . . 20
Limitaciones presupuestarias . . . . . 20
Producción . . . . . 21
Diseño experimental . . . . . 22
Análisis de resultados . . . . . 23
Análisis de Varianza . . . . . 24
La transformación Box-Cox . . . . . 26
Análisis de efectos principales y su interacción . . . . . 28
Comparaciones entre dos grupos por prueba t . . . . . 29
Comparaciones múltiples con ajuste Tukey . . . . . 31
Número de observaciones muestrales o repeticiones necesarias . . . . . 33
Implementación de software . . . . . 34
Número de bloques necesarios . . . . . 35
Recolección de datos . . . . . 37
Prueba de Homocedasticidad de Brown-Forsythe . . . . . 37
Prueba de correlación de Durbin-Watson . . . . . 39
Prueba de normalidad de Lilliefors . . . . . 40
Calidad . . . . . 43
Diseño de análisis . . . . . 43
Análisis descriptivo: . . . . . 44
Prueba de normalidad: . . . . . 44
Pruebas comparativas con estándares de calidad . . . . . 46
Modelos aditivos generalizados: regresión logística no paramétrica . . . . . 48
Prueba de Mann–Whitney U . . . . . 50

Comparaciones múltiples entre tratamientos . . . . . 52
Selección de muestra . . . . . 55
Recolección de datos . . . . . 56

**Resultados** **57**

Producción . . . . . 57
Análisis de calidad . . . . . 70

**Conclusiones** **86**

**Trabajos Futuros** **87**

**Referencias** **88**

## Dedicatoria

Dedico este trabajo, en primer lugar, a mis padres, a mi hermana y a mis mascotas, Romeo y Valentín, por todo el apoyo económico y emocional que me brindaron a lo largo de la carrera y durante el desarrollo de este proyecto. Asimismo, lo dedico a todos los agricultores medianos y pequeños, quienes nos proveen de alimento cada día, con la esperanza de que este trabajo les sea de utilidad para fortalecer su sostenibilidad económica y abrir nuevas oportunidades en su labor.

## Agradecimientos

Agradezco especialmente a mis tutores, Marisol García y Sergio Arciniegas, por brindarme las bases teóricas y el acompañamiento necesario para la elaboración de este documento. A mis padres, por darme la oportunidad y los recursos económicos para llevar a cabo la implementación, al ingeniero Luis Carlos Molano, por su invaluable asistencia técnica, y al colaborador Bernardo Molina, por su apoyo y paciencia durante la recolección de los datos. Extiendo también mi agradecimiento a cada trabajador que participó en las labores de campo y contribuyó a la ejecución de este proyecto.

## Resumen

El presente documento cubre una investigación sobre el efecto de diferentes sistemas de protección y estrategias de fertilización en un cultivo de mora uva (Rubus robustus C. Presl.) en la finca El Emismero, ubicada en el municipio de Arcabuco, Boyacá. El estudio tiene como objetivo comparar la productividad y calidad de los frutos bajo dos condiciones de protección (techo capilla y campo abierto) combinadas con dos tipos de fertilización radicular (orgánica y convencional), buscando así ofrecer soluciones prácticas frente a los retos que imponen el clima y las limitaciones en el manejo agronómico.

En primera instancia, la investigación parte de una base teórica sólida, en la que se abordan aspectos esenciales del cultivo de mora, como sus requerimientos agronómicos y sanitarios, así como la importancia económica de este cultivo tanto a nivel nacional como regional.

Seguido, se presenta la base metodológica utilizada para evaluar la productividad, la cual se fundamenta en la implementación de un diseño experimental bifactorial por bloques, teniendo en cuenta la inclinación del terreno. El análisis de datos se realizó mediante técnicas paramétricas, aplicando una transformación de acuerdo con el método de Box-Cox para cumplir con los supuestos del ANOVA tradicional, seguido de pruebas post hoc, lo que permitió una evaluación más precisa y robusta de los parámetros productivos.

Por otro lado, para medir la calidad de los frutos se evalúan grados Brix, peso, tamaño, color y sanidad, realizando diversas pruebas no paramétricas que permiten comparar los resultados tanto frente a los estándares establecidos en la norma técnica colombiana NTC 4106 para la mora Castilla, como entre los diferentes parámetros generados por los tratamientos, además de predecir la sanidad del fruto mediante un modelo aditivo generalizado (GAM) utilizando las demás variables como explicativas.

Por último, los resultados del estudio ofrecen evidencia clara sobre el efecto que tienen los tratamientos aplicados en la producción y calidad de la mora uva.

## Objetivo General

Establecer el impacto comparativo entre el sistema de techo tipo capilla y el cultivo tradicional a cielo abierto, combinados con dos estrategias de fertilización radicular (orgánica y convencional), sobre los parámetros productivos de rendimiento e indicadores de calidad en Rubus robustus C. Presl. (mora uva) cultivada en el municipio de Arcabuco, Boyacá.

## Objetivos Específicos

- Determinar la productividad de mora uva (Rubus Robustus C. Presl.) en gramos/plántula/semana mediante un diseño experimental que evalúe el efecto combinado de dos sistemas de protección (techo capilla y cielo abierto) y dos métodos de fertilización (orgánica y convencional).

- Comparar la calidad de los frutos de mora uva (Rubus Robustus C. Presl.) bajo cuatro sistemas de tratamiento (combinación de dos sistemas de protección y dos de fertilización) mediante indicadores clave como tamaño, color, sanidad y grados Brix.

- Identificar patrones de asociación entre los diferentes indicadores de calidad del fruto, como sanidad, grados Brix, consistencia y tamaño, con el fin de comprender su relación y posibles interdependencias.

# Introducción

En Colombia, la mora se cultiva en 18 de los 32 departamentos del país, con un área aproximada de 15.000 hectáreas dedicadas a su producción (Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural, 2020). Del género Rubus se han identificado 42 variedades, de las cuales nueve son comestibles, destacando la mora de Castilla (Rubus glaucus), la mora de Ceja (Rubus bogotensis) y variedades criollas como la mora uva (Rubus Robustus C. Presl.) (Franco Germán et al., 2020).

La producción de mora en Colombia depende principalmente de pequeños y medianos agricultores que enfrentan grandes desafíos para mejorar su productividad y competitividad, ya que la falta de tecnificación no solo limita el rendimiento y comercialización del cultivo, sino que reduce su capacidad para enfrentar condiciones climáticas adversas como granizo, heladas y sequías, fenómenos que, además de afectar la cantidad y calidad de la cosecha, favorecen la propagación de plagas y enfermedades, lo que, sin estrategias adecuadas de manejo, incrementa las pérdidas y costos de recuperación, afectando finalmente la sostenibilidad del cultivo (Agronegocios, 2024; Boyacá 7 Días, 2024).

En particular, en la finca El Emismero, donde se cultiva la variedad mora uva (Rubus robustus C. Presl.), los impactos climáticos han sido especialmente notorios en los últimos años. La recurrencia de eventos extremos ha provocado pérdidas significativas, afectando la productividad y aumentando los costos operativos debido a la necesidad de implementar medidas de control de plagas y enfermedades. Frente a estos desafíos, la implementación combinada de agricultura protegida (mediante un sistema de techo estilo capilla) con estrategias de fertilización basadas en análisis de suelos se configura como una solución técnica prometedora.

El presente estudio se enfoca específicamente en evaluar el efecto de esta tecnología en los

parámetros de rendimiento de la producción y calidad de mora uva bajo condiciones del cultivo en la finca El Emismero (Arcabuco, Boyacá).

Este estudio adquiere relevancia tanto para los productores de la finca El Emismero como para aquellos en condiciones agroclimáticas similares, al generar evidencia técnica para la toma de decisiones fundamentadas sobre la adopción de esta tecnología. Además, a nivel científico, contribuirá al cuerpo de conocimiento sobre sistemas de producción de mora uva (Rubus Robustus C. Presl.).

# Marco teórico

## Mora (Rubus spp.)

### *Generalidades*

La mora pertenece al género Rubus dentro de la familia Rosaceae, y es un cultivo frutal de gran importancia en diversas regiones del mundo, especialmente en países tropicales y subtropicales como Colombia. Se caracteriza por ser una plántula perenne, de crecimiento arbustivo y de adaptación flexible a diferentes altitudes y tipos de suelo. En Colombia, se cultivan diversas variedades de mora, destacándose por su valor comercial, nutricional y agro-industrial tanto la mora fresca como procesada (Franco Germán et al., 2020).

### *Condiciones ambientales*

Las condiciones óptimas para el cultivo de mora varían según la variedad, pero en términos generales, la Federación Nacional de Cafeteros (Federación Nacional de Cafeteros, 1992) señala que los mayores rendimientos se obtienen entre los 1,800 y 3,000 metros sobre el nivel del mar, con temperaturas de 13°C a 18°C y una humedad relativa del 70 % al 80 %. Además, el cultivo requiere buena exposición solar y suelos de textura media a ligera, con buen drenaje y un pH ligeramente ácido (5.5 a 6.5). Las precipitaciones ideales oscilan entre 1,000 y 1,500 mm anuales, distribuidas uniformemente, lo que favorece un desarrollo óptimo de la plántula y la calidad del fruto.

Para la mora Castilla, una de las variedades más cultivadas en el país, la Secretaría de Agricultura de Antioquia (Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural de Antioquia, 2014) establece un rango altitudinal más amplio, de 1,200 a 3,500 metros sobre el nivel del mar. En estas condiciones, las temperaturas varían entre 16°C y 18°C, con una humedad relativa del 70 % al 80 % y precipitaciones anuales recomendadas entre 1,200 y 1,700 mm. Sin embargo, cuando el cultivo se encuentra por encima de los 2,400 metros, la producción tiende a disminuir, y tanto la calidad como el tamaño del fruto pueden verse comprometidos.

A pesar de estas condiciones favorables, el cultivo de mora enfrenta desafíos asociados a fenómenos climáticos extremos. Heladas, granizo y veranos intensos pueden impactar significativamente la producción, afectando no solo el rendimiento, sino también la calidad del fruto.

***Enfermedades y plagas***

El cultivo de mora es vulnerable a diversas enfermedades y plagas que pueden afectar tanto la calidad como la cantidad de la producción (Hernandes P. Diana et al., 2018). Entre las principales enfermedades se encuentran:

- Antracnosis (Colletotrichum spp.): Provoca la muerte descendente del fruto y se manifiesta como manchas ovaladas negras en los tallos y ramas. Es especialmente frecuente durante largos períodos de verano (Hernandes P. Diana et al., 2018).
- Roya Amarilla: Se identifica por la aparición de pústulas anaranjadas en hojas, tallos y frutos, lo que interfiere con la fotosíntesis. En las hojas, genera lesiones hundidas con bordes violáceos y pústulas en el envés (Franco Germán et al., 2020).
- Botrytis (Botrytis cinerea): Causa la pudrición del fruto, iniciando con manchas cafés en las hojas. Afecta el proceso de maduración del fruto, provocando decoloración, deshidratación y pudrición. En estados avanzados, se desarrolla un moho aterciopelado de color gris, verde oliva o café claro que cubre parcial o totalmente la superficie del fruto.

Entre otras, como el mildeo polvoriento y mildeo velloso (Franco Germán et al., 2020) ocasionadas por hongos, bacterias o agentes desconocidos, que causan daños en diferentes partes de la plántula.

En cuanto a plagas, según el Instituto Colombiano Agropecuario (ICA)((ICA), 2012), las principales plagas que afectan este cultivo incluyen:

- Barrenador de tallos y ramas (Hepialus sp.): Las larvas de este insecto perforan la base de la plántula, tallos y ramas, creando galerías internas y depositando excrementos en los orificios de entrada. Este daño estructural puede debilitar significativamente la plántula y reducir su productividad

- Burrita de la virgen (Compsus sp.): Este picudo presenta una doble acción perjudicial: en su fase larval, se alimenta de las raíces, mientras que los adultos consumen los bordes de las hojas, dejándolas con un aspecto aserrado. Infestaciones severas pueden provocar defoliaciones significativas, especialmente en plántulaciones jóvenes.

- Perla de tierra (Eurhizococcus colombianus): Este insecto se adhiere a las raíces, succionando la savia y formando quistes que bloquean el flujo de agua y nutrientes. Las plántulas afectadas muestran un crecimiento reducido, menor floración y frutos de tamaño inferior o secos.

- Mosca de la fruta (Anastrepha sp.): Las hembras de esta especie perforan los frutos para depositar sus huevos. Las larvas emergentes se alimentan de la pulpa, deteriorando la calidad de la fruta y provocando su caída prematura. Esta plaga es una de las principales limitantes para la exportación de frutas debido a las restricciones fitosanitarias internacionales.

Además de las plagas mencionadas, el cultivo de mora puede verse afectado por otras como Monalonion (Monalonion velezangeli), conocido como coclillo o chupanga, que causa deformaciones en los frutos y hojas; diversas especies de chinches que afectan la calidad del fruto; el pulgón, que debilita la plántula al succionar su savia; la araña roja (Tetranychus urticae), que provoca decoloración y defoliación; los trips, que afectan brotes y flores; y los cucarroncitos o vaquitas del follaje, que ocasionan daños en las hojas.(Franco Germán et al., 2020)

***Manejo fisio-sanitario y buenas prácticas***

El manejo fisio-sanitario del cultivo de mora requiere la implementación de estrategias integrales que reduzcan el impacto de enfermedades y plagas, garantizando una producción

eficiente y sostenible. Esto incluye la selección de variedades resistentes, el uso de material de siembra certificado y la rotación de cultivos para disminuir la acumulación de patógenos en el suelo. Asimismo, la poda regular mejora la ventilación y la exposición a la luz dentro del cultivo, reduciendo la humedad y, con ello, la propagación de hongos y bacterias. Según el Instituto Colombiano Agropecuario (ICA) ((ICA), 2012), es fundamental llevar un monitoreo constante de plagas y enfermedades mediante inspecciones regulares y trampas, lo que permite tomar decisiones oportunas para su control. Dependiendo de la severidad de la afección, pueden aplicarse tratamientos biológicos o químicos, siempre bajo criterios técnicos que minimicen los riesgos para la salud humana y el medio ambiente.

Las Buenas Prácticas Agrícolas (BPA) también desempeñan un papel clave en el manejo fisio-sanitario. De acuerdo con el ICA ((ICA), 2012), estas prácticas incluyen el uso adecuado del agua de riego, la fertilización basada en análisis de suelos y la desinfección periódica de herramientas y equipos para prevenir la propagación de enfermedades. Además, se recomienda una adecuada gestión de los residuos agrícolas y la capacitación continua de los trabajadores en medidas de bioseguridad.

Por su parte, la Guía elaborada por ASOHORFRUCOL (de Proyectos ASOHOFRUCOL, 2017) enfatiza que las BPA se fundamentan en tres principios esenciales: higiene y seguridad alimentaria, protección ambiental y seguridad del trabajador. Estas directrices abarcan todas las etapas de producción y comercialización, asegurando que los frutos cumplan con los estándares de calidad e inocuidad exigidos en el mercado.

***Mora uva (Rubus Robustus C. Presl.)***

En el ámbito de las variedades cultivadas, predomina la mora Castilla o Rubus glaucus Benth, seguida por otras variedades, como la mora uva o vino (Rubus Robustus C. Presl.), una mora criolla desarrollada en Costa Rica (C. y A., 2023). Esta variedad presenta ventajas significativas en términos de mantenimiento, debido a su alta resistencia a enfermedades y

plagas en contraste con la mora Castilla. La mora uva también destaca por su adaptabilidad a diferentes condiciones ambientales, ser más resistente a enfermedades y ser más dulce, lo que la convierte en una opción atractiva para pequeños y medianos agricultores que buscan reducir costos y mejorar la rentabilidad del cultivo (La Finca de Hoy, 2023a, 2023b).

Sin embargo, según los estándares de comercialización y en comparación con la mora Castilla, la mora uva presenta una mayor variabilidad en sus características, siendo generalmente de menor tamaño, según lo expresan los agricultores.

## Fertilización

### *Suelos y estándares para el cultivo*

La fertilidad del suelo es un factor determinante en la productividad del cultivo de mora. Los suelos ideales para este cultivo son de textura franca o franca-arenosa, con buen drenaje y una profundidad mínima de 60 cm (Franco Germán et al., 2020).

El pH debe mantenerse en un rango ligeramente ácido, entre 5.5 y 6.5, para facilitar la absorción de nutrientes. Los estándares para el cultivo de mora incluyen niveles adecuados de materia orgánica (entre 3 % y 5 %) y elementos mayores como nitrógeno (N), fósforo (P), y potasio (K), además de micro-nutrientes o elementos menores como hierro (Fe), zinc (Zn), y magnesio (Mg), que son esenciales para el crecimiento y la producción óptima de frutos (Tarazona, 2017). La siguiente tabla muestra a profundidad los estándares de niveles de diferentes elementos para cualquier variedad de mora.

| Nutriente | Nivel óptimo | Nivel alto |
|---|---|---|
| **Zinc (Zn)** | 2.5 - 5.0 mg/kg | > 5.0 mg/kg |
| **Boro (B)** | 0.20 - 0.40 mg/kg | > 0.40 mg/kg |
| **Hierro (Fe)** | 25 - 50 mg/kg | > 50 mg/kg |
| **Cobre (Cu)** | 1 - 2.5 mg/kg | > 2.5 mg/kg |
| **Azufre (S)** | 5 - 15 mg/kg | > 15 mg/kg |
| **Calcio (Ca)** | 3 - 6 mg/kg | > 6 mg/kg |
| **Fósforo (P)** | 20 - 40 mg/kg | > 40 mg/kg |
| **Potasio (K)** | 0.3 - 0.6 cmol/kg | > 0.6 cmol/kg |
| **Magnesio (Mg)** | 1.5 - 2.7 cmol/kg | > 2.7 cmol/kg |
| **pH** | 5.7 | 5.2 - 6.7 (adaptación) |
| **Nitrogeno (NT)** | 1.41 % - 4 % | > 4 % |

**Tabla 1.** *Estándares de suelo para el cultivo de Rubus spp.*

Según Germán Franco es «crucial realizar un análisis de suelo durante las diferentes fases fenológicas para conocer el potencial de producción y ajustar la fertilización de acuerdo con las necesidades específicas del terreno» (Franco Germán et al., 2020).

### *Técnicas de Fertilización Radicular*

La fertilización radicular se entiende como la aplicación de fertilizantes, ya sea de manera directa o disueltos en agua, en la base de la plántula o en el sustrato. El objetivo principal de esta técnica es situar los nutrientes lo más cerca posible del sistema radicular, favoreciendo de este modo una absorción más eficiente por parte de la plántula (Hernández V., Ricardo, 2024). En este contexto, se evaluarán dos sistemas de fertilización: (1) el sistema químico convencional, que utiliza compuestos inorgánicos sintéticos caracterizados por su alta solubilidad y rápida disponibilidad iónica (Hernández V., Ricardo, 2024), y (2) el sistema orgánico, basado en la incorporación de enmiendas biológicas que mejoran la estructura del suelo y estimulan la actividad de la microbiota benéfica (Bolaños B., Martha M. et al, 2020).

Ambos tratamientos serán aplicados mediante la técnica de bandas laterales, un método que optimiza la distribución espacial de los nutrientes en las zonas de mayor concentración radicular, lo que contribuye a una mejor eficiencia en la absorción de nutrientes por las plántulas (Hernández V., Ricardo, 2024).

## Tecnología de agricultura protegida

### *Cultivos bajo techo*

La agricultura protegida, implementada a través de invernaderos, macrotúneles o mallas sombra, permite optimizar las condiciones microclimáticas del cultivo —como temperatura, humedad y radiación solar—, creando un entorno más estable y favorable para el desarrollo de las plántulas. En cultivos de berries, esta estrategia resulta especialmente beneficiosa, ya que contribuye a mitigar el estrés abiótico causado por heladas, granizo o exceso de lluvia, así como el estrés biótico derivado de plagas y enfermedades. Además, estos sistemas favorecen una mayor eficiencia en el uso de recursos hídricos y nutricionales, y mejoran significativamente la calidad poscosecha del fruto, consolidándose como una alternativa clave para una agricultura sostenible y resiliente frente al cambio climático (Suárez G., Dolores and Serrano Hector, 2021).

En Colombia no se ha realizado investigación específica sobre el cultivo de mora uva bajo estas condiciones. Sin embargo, existe una investigación reciente en otras variedades desde una etapa temprana de siembra, que mostró resultados negativos debido al alto nivel de propagación de enfermedades, como el mildiu polvoso (A., 2020).

### *Modelo de microclima en agricultura protegida*

El modelo de microclima en agricultura protegida se refiere al entorno controlado creado dentro de las estructuras de protección, como los macro túneles, que permiten un manejo más preciso de las condiciones de cultivo. En estos sistemas, se controlan factores como la temperatura, la humedad relativa, la circulación del aire y la radiación solar, lo que genera

un ambiente óptimo para el crecimiento de las plántulas. Este microclima mejora la eficiencia en el uso de agua y nutrientes, al tiempo que reduce el estrés hídrico y térmico. Además, al minimizar las fluctuaciones bruscas de temperatura y humedad, se reduce la incidencia de plagas y enfermedades. El modelado de estos microclimas es esencial para maximizar los beneficios de la agricultura protegida, permitiendo ajustar las condiciones de manera precisa para obtener el mayor rendimiento y calidad. (Villagran M. y Ortiz R., 2021)

## Productividad y comercialización

### *Contextualización del municipio, departamento y país*

La producción de mora en Colombia ha mostrado un crecimiento notable, superando las 140.000 toneladas en 2020. Entre 2015 y 2020, el área sembrada aumentó en un 4 %, alcanzando las 15.800 hectáreas en 2020. Este aumento en el área cultivada ha sido acompañado por un incremento en las cosechas del 9.3 % y un crecimiento del 28 % en la producción. En el departamento de Boyacá, se cultivaron 1.420 hectáreas de mora en 2020, representando el 8.6 % del área sembrada a nivel nacional. Boyacá cerró el año con una producción de 11.195 toneladas, contribuyendo con el 7 % a la producción nacional total. (Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural, 2020)

A nivel nacional, la zona Andina, en la que se encuentra Boyacá, se distingue por su alta producción de mora y por tener circuitos cortos de comercialización en fresco. En Boyacá, la mora se distribuye principalmente a los principales centros de abasto del país. En Corabastos, Boyacá abastece alrededor del 7.4 % de la demanda, mientras que en Centroabastos, Bucaramanga, contribuye con el 7.5 %; mientras en Bucaramanga, el municipio de Arcabuco es el segundo mayor abastecedor, aportando cerca del 5 % de la mora, es decir, 232.375 toneladas en 2020. A pesar de estos volúmenes significativos de producción. (Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural, 2020)

***Factores climáticos influyentes en la producción***

- **Radiación solar**: La radiación solar es fundamental para la fotosíntesis, afectando el crecimiento y desarrollo de la plántula. Una alta luminosidad mejora la coloración de los frutos al promover la síntesis de antocianinas y aumentar el contenido de sólidos solubles y ácido ascórbico. Sin embargo, una exposición prolongada a la radiación solar intensa puede causar quemaduras en los frutos. Las hojas y tallos de la mora presentan mecanismos de resistencia a la radiación ultravioleta, como la acumulación de antocianinas. Se considera que una incidencia lumínica de 1.200 a 1.600 horas al año es adecuada para la mora (B., 1988).

- **Altitud:** La mora se encuentra entre 1.400 y 3.200 m s. n. m. en Colombia, con rendimientos óptimos entre 1.800 y 2.500 m s. n. m. A altitudes superiores a 2.500 m s. n. m., se presentan condiciones limitantes que afectan la calidad y el tamaño de los frutos (Federación Nacional de Cafeteros, 1992)

- **Temperatura**: La temperatura ideal para el cultivo de mora oscila entre 12 y 19 °C. Temperaturas inferiores a 12 °C pueden resultar en frutos pequeños debido a la falta de calor para un desarrollo adecuado. Las heladas, especialmente en altitudes superiores a 2.400 m s. n. m., pueden causar daño a los tallos y requieren podas severas (Federación Nacional de Cafeteros, 1992).

- **Humedad relativa:** La humedad relativa afecta la transpiración, la absorción de nutrientes y la susceptibilidad a enfermedades. Humedades relativas altas (70-80 %) son favorables, mientras que niveles superiores pueden aumentar la incidencia de enfermedades. Humedades bajas (40 %) pueden causar marchitez y deshidratación (Fischer, 2000).

- **Precipitación:** La mora requiere una distribución adecuada de la precipitación durante el año. La falta de agua en períodos críticos afecta el tamaño y la calidad de los frutos, mientras que el exceso de lluvia puede reducir la concentración de sólidos

solubles y la dulzura de los frutos. La precipitación óptima varía entre 1.500 y 2.500 mm anuales, con una distribución uniforme siendo más importante que el volumen total (Franco y Giraldo, 2001).

- **Riego:** Aunque en Colombia el riego no suele implementarse de forma sistemática debido a la distribución adecuada de precipitaciones en la mayoría de regiones, sistemas localizados como microaspersión o goteo resultan estratégicos para garantizar la humedad edáfica óptima durante periodos críticos, particularmente en eventos climáticos extremos como El Niño. Esta necesidad se acentúa en suelos arenosos, los cuales presentan menor capacidad de retención hídrica comparados con suelos arcillosos (Gallardo y Cuadra, 2009).

- **Viento:** Los vientos fuertes pueden causar estrés mecánico en las plántulas, dañando hojas, tallos y frutos. Es recomendable ubicar los cultivos en áreas protegidas o instalar barreras rompe-vientos para reducir el impacto del viento y mejorar la calidad del cultivo (Casierra P y Aguilar A., 2008).

- **Granizo:** Las granizadas, aunque esporádicas, pueden causar daños significativos a los cultivos, incluyendo heridas en los tallos y frutos. En áreas con granizadas frecuentes, se utilizan mallas anti-granizo para proteger el cultivo, aunque esto incrementa los costos de producción (Kays, 1999).

***Procedimientos de campo y teoría de la producción agrícola***

Los procedimientos de campo para la producción de mora en Boyacá y otras regiones productoras incluyen:

- Preparación del suelo: La preparación adecuada del suelo, que incluye la labranza y la incorporación de materia orgánica, es esencial para asegurar un buen desarrollo de las raíces.

- Siembra y trasplante: La correcta elección de variedades y el espaciamiento entre plántulas facilitan un crecimiento uniforme y la maximización del rendimiento.
- Riego y fertilización: La gestión precisa del riego y la aplicación de fertilizantes de acuerdo con los análisis de suelo optimizan el desarrollo de las plántulas y la calidad del fruto.
- Poda y manejo de plagas: La poda adecuada y el manejo integrado de plagas son vitales para mantener la salud del cultivo y asegurar una cosecha de alta calidad.
- Cosecha: Realizar la cosecha en el momento óptimo asegura que los frutos alcancen su madurez máxima, mejorando su calidad y valor comercial.

La teoría de la producción agrícola sostiene que una combinación eficaz de estos procedimientos, junto con la aplicación de tecnologías adecuadas, contribuye a la maximización de la productividad (Rosales A., Apaza m., y Bonilla L., 2004).

## Calidad del fruto

### *NTC 4106*

La Norma Técnica Colombiana (NTC) 4106 establece especificaciones para la mora de Castilla (*Rubus glaucus Benth*) destinada al consumo en fresco o procesamiento. Los requisitos incluyen aspectos físicos y químicos, como tamaño, color, sanidad, grados Brix y acidez titulable. A continuación, se presentan los detalles clave de esta normativa.

- **Clasificación por categoría**

  La mora de Castilla se clasifica en tres categorías según su calidad y ausencia de defectos:

  - **Categoría Extra**: Frutos sin defectos visibles, con drupillas bien formadas y adheridas.

- **Categoría I**: Permite deformaciones menores en el ápice.
- **Categoría II**: Acepta deformaciones en el fruto o ausencia del cáliz.

- **Clasificación por calibre**

  El tamaño de la mora se clasifica en función de su diámetro máximo:

| Calibre | Diámetro (mm) | Peso Promedio (g) |
|---|---|---|
| A | $\geq 27$ | 9.2 |
| B | 26 - 23 | 8.8 |
| C | 22 - 19 | 6.2 |
| D | 18 - 14 | 4.2 |
| E | $\leq 13$ | 3.2 |

**Tabla 2.** *Clasificación del calibre de la mora de Castilla según la NTC 4106.*

- **Color y grados Brix**

  El color de la mora de Castilla es un indicador visual de madurez, y cada estado de color corresponde a un rango de grados Brix, que mide el contenido de azúcar en el fruto. La imagen a continuación, tomada de la NTC 4106 de ICONTEC, muestra los cambios de color asociados con cada etapa de madurez.




**Figura 1.** *Tabla de color de la mora de Castilla según la NTC 4106. Imagen tomada de la NTC 4106 de ICONTEC.*

El color de la mora de Castilla es un indicador visual de madurez. A medida que el fruto madura, cambia de color, pasando de un amarillo verdoso a un morado oscuro.

Estos cambios de color se asocian con un aumento en los grados Brix, que miden el contenido de azúcar y reflejan la dulzura del fruto. En etapas tempranas de madurez (color amarillo verdoso), los grados Brix son más bajos (alrededor de 5.4 a 5.7 °Bx). Conforme el fruto madura y se oscurece, el nivel de azúcar aumenta, alcanzando hasta 8.5 °Bx en el estado de color morado oscuro. Esto significa que los frutos más maduros son más dulces y, por tanto, más adecuados para consumo en fresco.

| **Color** | **Descripción Visual** | **Grados Brix (°Bx)** |
|---|---|---|
| 0 | Amarillo verdoso | 5.4 - 5.7 |
| 1 | Amarillo verdoso con drupillas rosadas | 5.7 - 6.1 |
| 2 | Predominantemente rosado | 5.9 - 6.4 |
| 3 | Rojo claro | 6.3 - 6.9 |
| 4 | Rojo intenso | 6.7 - 7.3 |
| 5 | Rojo intenso con drupillas moradas | 7.2 - 7.9 |
| 6 | Morado oscuro | 7.7 - 8.5 |

**Tabla 3.** *Color y grados Brix según el estado de madurez de la mora de Castilla.*

# Metodología

## Población

La población seleccionada para el proyecto está conformada por 5,000 plántulas de mora uva, actualmente en la fase fenológica de producción con una edad aproximada de 10 años. Estas plántulas se encuentran en la finca "El Emismero", ubicada en el municipio de Arcabuco, a una altitud de entre 2,520 y 2,560 msnm. La zona presenta un clima caracterizado por una humedad promedio anual del 89 % y una precipitación media anual de 108 cm.

Como se observa en la Figura 2, el cultivo abarca un área aproximada de 2 hectáreas en un terreno brevemente inclinado, donde las plántulas están distribuidas con una separación de 3 metros entre ellas. Además, se emplea un sistema de tutorado de 1.50 metros de altura cada tres plántulas, con un esquema de siembra lineal.




**Figura 2.** *Imagen satelital del cultivo El Emismero*

## Limitaciones presupuestarias

Con los recursos asignados, se construirán dos capillas, cada una con un ancho de tres filas. Sin embargo, solo se considerarán las cuatro filas centrales para el experimento. En total, se han designado ocho filas del cultivo, cada una con aproximadamente 40 plántulas, distri-

buidas equitativamente entre los dos sistemas: cuatro filas bajo protección y cuatro a campo abierto, como se observa en la Figura 3.



*Capilla vista frontal* *Capilla vista lateral*

**Figura 3.** *Imágenes de las capillas construidas para el estudio*

Esto da un total de alrededor de 320 plántulas que conformarán la muestra experimental. Dentro de cada sistema de protección, los tratamientos de fertilización se asignarán a dos filas, garantizando así una distribución equilibrada de las condiciones experimentales.

## Producción

Este estudio se enfoca en evaluar el efecto de la implementación de un sistema de cubierta estilo capilla (sistema de protección) comparado con el cultivo a campo abierto y dos diferentes estrategias de fertilización radicular, así como sus posibles combinaciones, sobre la productividad del cultivo. Para ello, se emplea un diseño experimental bifactorial ($2^2$) en campo, estructurado como un experimento por bloques debido a la heterogeneidad del terreno causada por la inclinación del cultivo. Además, se realizaron repeticiones de cada

tratamiento, ya que estas permiten obtener una estimación más precisa y confiable de los efectos, reduciendo la variabilidad experimental.

El arreglo por bloques controla la variabilidad del terreno, evitando que diferencias topográficas como la mayor retención de nutrientes en zonas bajas influyan en el efecto de los tratamientos. Esta estratificación espacial asegura comparaciones internamente válidas dentro de cada bloque homogéneo.

Para garantizar una aleatorización efectiva dentro del diseño de bloques, se asignaron aleatoriamente dos filas completas por bloque a cada tratamiento de fertilización, utilizando la fila como unidad experimental dado que el sistema de riego aplica un volumen uniforme por línea de cultivo. Este enfoque asegura que: (1) todas las plántulas de una misma fila reciban el tratamiento consistente, (2) se controle la variabilidad intrínseca del sistema de riego, y (3) se mantengan los principios de aleatorización requeridos para la validez estadística del experimento, optimizando así la precisión en la evaluación comparativa de los tratamientos.

***Diseño experimental***

De acuerdo con el marco metodológico propuesto por Montgomery (Montgomery, 2017, p. 215) para un experimento bifactorial por bloques con repeticiones, se implementa el siguiente modelo estadístico:

$$Y_{ijkn} = \mu + \delta_i + \beta_j + (\delta\beta)_{ij} + \tau_k + \varepsilon_{ijkn}$$

$$\varepsilon_{ijkn} \sim N(0, \sigma^2),$$

$$\varepsilon_{ijkn} \textit{ son mutuamente independientes},$$

$$i = 1, \ldots, a; \quad j = 1, \ldots, b; \quad k = 1, \ldots, k; \quad n = 1, \ldots, n$$

$$a = b = 2; \quad k = 4; \quad n = 12$$

Donde:

- $Y_{ijkn}$ es la observación para la combinación de tratamientos $ij$ en el bloque $k$.
- $i$ y $j$ representan los niveles del factor $A$ (sistema de protección) y el factor $B$ (sistema de fertilización).
- $\mu$ es la media general.
- $\delta_i$ es el efecto del nivel $i$ del sistema de protección.
- $\beta_j$ es el efecto del nivel $j$ del sistema de fertilización.
- $\tau_k$ es el efecto del bloque $k$.
- $n$ representa el número de repeticiones

***Análisis de resultados***

Para interpretar y analizar los resultados, se aplica inicialmente un análisis de varianza (ANOVA) y se procede a validar los supuestos de normalidad y homocedasticidad del modelo. Al encontrar que estos supuestos no se cumplen completamente, se opta por realizar una transformación de los datos utilizando el método de Box-Cox, lo cual permite ajustar mejor el modelo a los supuestos requeridos para aplicar un ANOVA tradicional. A partir de este análisis, y considerando un modelo de efectos fijos, se obtiene un resultado preliminar sobre los efectos de los tratamientos.

Cuando se encuentren diferencias significativas en el análisis de varianza, se procede con pruebas post-hoc para identificar entre qué tratamientos existen diferencias reales, controlando el error Tipo I asociado a múltiples comparaciones. En caso de que resulten significativos varios factores o la interacción entre ellos, se utiliza la prueba de Tukey, adecuada para comparar múltiples niveles simultáneamente y mantener el control del error global. Por el contrario, si solo un factor con dos niveles resulta significativo, se recurre a una prueba t para comparar

directamente las medias de dichos niveles, ya que no se requiere una corrección por comparaciones múltiples y ambos enfoques (Tukey o prueba t) conducen al mismo resultado en este contexto.

***Análisis de Varianza***

Teniendo en cuenta que se establece la hipótesis nula $H_0$, que plantea que todas las medias de productividad de los tratamientos son iguales, es decir,

$$H_0 : \text{Todas las } \mu_{ij} \text{ son iguales, con } (i, j) \in \{1, 2\} \times \{1, 2\}$$

donde $\mu_{ij}$ representa la media de productividad de cada tratamiento $ij$, como los diferentes tipos de fertilizantes o sistemas de protección.
Por otro lado, la hipótesis alternativa $H_1$ indica que al menos una de las medias es diferente:

$$H_1 : \text{Al menos una } \mu_{ij} \text{ es diferente, con } (i, j) \in \{1, 2\} \times \{1, 2\}$$

Para el análisis de los datos se empleó un ANOVA bifactorial con bloques, basando el modelo en una estructura lineal que descompone la variabilidad total en sus fuentes principales: los efectos fijos del sistema de protección y el tipo de fertilización, su interacción y el efecto aleatorio de los bloques.

Este diseño bloqueado permite reducir el error experimental al extraer la variabilidad atribuible a diferencias entre bloques, lo que mejora la precisión en la estimación de los efectos de interés. Además, controla posibles limitaciones en la aleatorización derivadas de condiciones ambientales, optimizando así la robustez de las conclusiones (Montgomery, 2017).

La tabla ANOVA generada para el proyecto es:

| **Fuente de Variación** | **Suma de Cuadrados (SC)** | **Grados de Libertad (gl)** | **Cuadrados Medios (CM)** | $F_0$ |
|---|---|---|---|---|
| Sistema de Protección ($\delta$) | $\frac{1}{bk}\sum_{i=1}^{a} y_{i\cdots}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{abk}$ | $a-1$ | $\sigma^2 + \frac{bk\sum_{i=1}^{a}\delta_i^2}{a-1}$ | $\frac{CM_\delta}{CM_\varepsilon}$ |
| Sistema de Fertilización ($\beta$) | $\frac{1}{ak}\sum_{j=1}^{b} y_{\cdot j\cdot}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{abk}$ | $b-1$ | $\sigma^2 + \frac{ak\sum_{j=1}^{2}\beta_j^2}{b-1}$ | $\frac{CM_\beta}{CM_\varepsilon}$ |
| Interacción ($\delta\beta$) | $\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} y_{ij\cdot}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{abk} - SC_\delta - SC_\beta$ | $(a-1)(b-1)$ | $\sigma^2 + \frac{b\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\delta\beta)_{ij}^2}{(a-1)(b-1)}$ | $\frac{CM_{\delta\beta}}{CM_\varepsilon}$ |
| Bloque ($\tau$) | $\frac{1}{ab}\sum_{k=1}^{k} y_{\cdot\cdot k}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{abk}$ | $k-1$ | $\sigma^2 + ab\sigma_\tau^2$ | |
| Error | *Resta* | $ab(kn-1)-(k-1)$ | $\sigma^2$ | |
| Total | $\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{k}\sum_{n=1}^{n} y_{ijkn}^2 - \frac{y_{\cdots}^2}{abk}$ | $abkn-1$ | | |

**Tabla 4.** *Tabla ANOVA*

Donde:

- $SC$ es la suma de cuadrados, que mide la variabilidad de los datos.
- $gl$ es el grado de libertad, que se refiere a la cantidad de valores libres que se pueden variar.
- $CM$ es el cuadrado medio, que se obtiene dividiendo la suma de cuadrados por los grados de libertad correspondientes.
- $F$ es la estadística de prueba que indica si hay o no efectos significativos de los factores o su interacción en la variable respuesta.

De esta forma, el análisis ANOVA calcula el estadístico $F$, que se define como la razón entre el cuadrado medio del factor considerado y el cuadrado medio del error.

$$F = \frac{CM_{Factor}}{CM_\varepsilon}$$

Posteriormente, se establece una comparación entre el valor $F$ calculado y el valor $F_{v1,v2,\alpha}$ crítico de la tabla para determinar la validez de la hipótesis nula. Si el $F$ calculado es mayor que el $F_{v1,v2,\alpha}$, esto indica que hay suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula $H_0$, lo que sugiere que al menos una de las medias de los tratamientos es significativamente diferente de las demás.

En contraste, si el $F$ calculado es menor que $F_{ab-1,n-ab,\alpha}$, no se encuentra evidencia suficiente para rechazar la hipótesis nula $H_0$. Esto indica que las diferencias entre las medias de los tratamientos analizados no son estadísticamente significativas.

Otra forma de evaluar esta decisión es a través del $valor - p$, que se compara con el nivel de significancia $\alpha$. Si el $valor - p$ es menor que $\alpha$, se concluye que hay diferencias significativas entre los tratamientos, lo que justifica el rechazo de $H_0$. En caso contrario, si el $valor - p$ es mayor, no se rechaza $H_0$, lo que sugiere que los tratamientos no tienen un efecto significativamente distinto sobre la productividad del cultivo de mora.

Este proceso permite determinar si los tratamientos tienen efectos distintos sobre la variable dependiente, en este caso, la productividad del cultivo de mora.

***La transformación Box-Cox***

La transformación Box-Cox, propuesta por Box y Cox (1964), es una técnica estadística utilizada para identificar una transformación adecuada de la variable de respuesta $Y$, con el fin de mejorar el cumplimiento de los supuestos fundamentales del modelo lineal clásico: normalidad de los errores, homocedasticidad e independencia.

Sea:

$$Y = (y_1, y_2, \ldots, y_n)'$$

un vector de observaciones estrictamente positivas. La transformación de Box-Cox se define como:

$$y^{(\lambda)} = \begin{cases} \dfrac{y^\lambda - 1}{\lambda}, & \text{si } \lambda \neq 0, \\ \log(y), & \text{si } \lambda = 0. \end{cases}$$

Considerando el modelo lineal transformado:

$$y^{(\lambda)} = X\beta + \varepsilon,$$

donde:

- $X$ es la matriz de diseño de orden $n \times p$,
- $\beta$ es el vector de parámetros del modelo,
- $\varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2 I)$ representa el vector de errores aleatorios,

el objetivo es encontrar el valor óptimo del parámetro de transformación $\lambda$ que maximice la verosimilitud del modelo ajustado. Dado que la transformación afecta la distribución de los datos, es necesario incluir el jacobiano del cambio de variable para preservar la forma de la función de densidad.

La función de log-verosimilitud maximizada, ignorando constantes, se expresa como:

$$L_{\max}(\lambda) = -n \log \hat{\sigma}^2(\lambda) + \log J(\lambda; y),$$

donde $\hat{\sigma}^2(\lambda) = \frac{\text{SCE}(\lambda)}{n}$ es la varianza residual estimada y el término correspondiente al jacobiano es:

$$\log J(\lambda; y) = (\lambda - 1) \sum_{i=1}^{n} \log y_i.$$

Aquí, SCE($\lambda$) denota la suma de cuadrados de los residuos del modelo transformado con un valor específico de $\lambda$. La estimación de $\lambda$ se realiza por métodos numéricos de optimización, generalmente mediante búsqueda de máxima verosimilitud.

Osborne ((Osborne, 2010)) señala que ciertos valores específicos del parámetro $\lambda$ en la transformación de Box-Cox generan expresiones funcionales equivalentes, o afines, a transformaciones clásicas como potencias, logaritmos e inversas. Dado que estas transformaciones mantienen la estructura de la distribución en términos de normalidad y varianza cuando

se aplican con fines estadísticos, es común adoptar directamente dichas formas conocidas cuando el valor estimado de $\lambda$ es cercano. Esto permite una interpretación más sencilla y una aplicación más práctica del modelo, como se presenta a continuación:

$$y^{(\lambda)} \approx \begin{cases} \lambda = 1, & y \\ \lambda = 0{,}5, & \sqrt{y} \\ \lambda = 0.33, & \sqrt[3]{y} \\ \lambda = 0.25, & \sqrt[4]{y} \\ \lambda = 0, & \log(y) \\ \lambda = -0.5, & \dfrac{1}{\sqrt{y}} \\ \lambda = -1, & \dfrac{1}{y} \end{cases}$$

***Análisis de efectos principales y su interacción***

El análisis de efectos describe cómo cada factor $A$ y $B$ (sistema de protección y sistema de fertilización, respectivamente), así como su interacción $AB$, afectan la variable de respuesta (productividad). Este análisis permite identificar patrones en los datos y entender cómo contribuyen cada uno de los factores al resultado observado (Montgomery, 2017).

En este enfoque, los símbolos tienen el siguiente significado:

- (1): suma total de las respuestas cuando ambos factores están en su nivel 1.
- $a$: suma total de las respuestas cuando el factor $A$ está en su nivel 2 y el factor $B$ en su nivel 1.
- $b$: suma total de las respuestas cuando el factor $A$ está en su nivel 1 y el factor $B$ en su nivel 2.
- $ab$: suma total de las respuestas cuando ambos factores están en su nivel 2.

- $n$: número de réplicas por combinación de tratamiento.

El efecto principal de $A$ (sistema de protección) se calcula como:

$$A = \frac{1}{2n}\left(ab + b - a - (1)\right)$$

El efecto principal de $B$ (sistema de fertilización) se calcula como:

$$B = \frac{1}{2n}\left(ab + a - b - (1)\right)$$

Y el efecto de interacción $AB$ se determina mediante:

$$AB = \frac{1}{2n}\left(ab + (1) - a - b\right)$$

Estos efectos se interpretan conjuntamente con los resultados del análisis de varianza (ANOVA). Mientras el ANOVA permite saber si los efectos observados son estadísticamente significativos, el análisis de efectos muestra la magnitud y dirección de esos efectos. Por ejemplo, si un efecto principal es significativo según el ANOVA, este análisis permite entender si ese efecto incrementa o disminuye la productividad y cómo se comporta cuando se combina con otros factores.

***Comparaciones entre dos grupos por prueba t***

La prueba $t$ de Student es una herramienta estadística utilizada para determinar si la diferencia observada entre medias muestrales es estadísticamente significativa, es decir, si puede atribuirse a una diferencia real entre grupos o si es producto del azar (Montgomery, 2012).

Se basa en la distribución $t$, la cual es similar a la distribución normal, pero con colas más gruesas que compensan la incertidumbre adicional de trabajar con muestras reducidas.

Para aplicar la prueba $t$ de dos muestras independientes con varianzas iguales, se parte de dos muestras aleatorias extraídas de poblaciones independientes y normalmente distribuidas.

Bajo estos supuestos, se formulan las siguientes hipótesis estadísticas:

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = \Delta_0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq \Delta_0$$

Donde $H_0$ representa la hipótesis nula que plantea que no hay diferencia entre las medias poblacionales o que dicha diferencia es igual a un valor específico $\Delta_0$ (generalmente cero), mientras que $H_1$ representa la hipótesis alternativa que sostiene que sí existe una diferencia distinta de $\Delta_0$. La decisión de rechazar o no $H_0$ se basa en la comparación de un estadístico $t$ calculado con un valor crítico obtenido de la distribución $t$ de Student.

El estadístico de prueba se calcula como:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2 - \Delta_0}{s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$$

Donde $\bar{x}_1$ y $\bar{x}_2$ son las medias muestrales, $n_1$ y $n_2$ los tamaños de muestra, y $s_p$ es la desviación estándar agrupada o *pooled*, que se obtiene como:

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

Este estadístico $t$ sigue una distribución $t$ con $n_1 + n_2 - 2$ grados de libertad. En función del valor obtenido para $t$ y del valor crítico correspondiente al nivel de significancia $\alpha$, se decide si se rechaza o no la hipótesis nula. Alternativamente, puede calcularse un valor-$p$ y compararse directamente con $\alpha$; si $p < \alpha$, se rechaza $H_0$.

Además del contraste de hipótesis, es posible construir un intervalo de confianza para la diferencia de medias poblacionales. Este intervalo está dado por:

$$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm t_{1-\alpha/2,\, n_1+n_2-2} \cdot s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$$

Este intervalo contiene todos los posibles valores de la diferencia de medias que son compatibles con los datos muestrales al nivel de confianza $1 - \alpha$. Si el intervalo incluye el valor cero, se interpreta que no hay evidencia estadísticamente significativa para afirmar que las medias difieren. Si el cero está fuera del intervalo, entonces hay evidencia para concluir que existe una diferencia significativa entre las medias poblacionales (Montgomery, 2012).

***Comparaciones múltiples con ajuste Tukey***

Una vez determinada la existencia de diferencias globales entre tratamientos mediante un análisis de varianza (ANOVA), se procede a realizar comparaciones múltiples para identificar específicamente qué pares de medias difieren entre sí. Para ello, se utilizó el procedimiento de Tukey (Montgomery, 2017), recomendado para realizar comparaciones por pares manteniendo bajo control el error tipo I general del experimento (error familiar). Este método, propuesto por Tukey (1953), asegura que la probabilidad de cometer al menos un error tipo I entre todas las comparaciones simultáneas no exceda un nivel $\alpha$ predeterminado.

El procedimiento se basa en la distribución del rango studentizado, utilizando el siguiente estadístico para muestras con tamaños iguales:

$$T_\alpha = q_\alpha(a, f)\sqrt{\frac{MSE}{n}}$$

Donde:

- $q_\alpha(c, f)$ es el percentil de la distribución del rango studentizado para $c$ tratamientos (A y B) y $f$ grados de libertad del error.
- $MSE$ es el cuadrado medio del error obtenido del ANOVA.
- $n$ es el número de réplicas por tratamiento.

Dos medias de tratamiento, $y_{i\cdot}$ y $y_{j\cdot}$, se consideran significativamente diferentes si:

$$|y_{i\cdot} - y_{j\cdot}| > T_\alpha$$

Alternativamente, se pueden construir intervalos de confianza simultáneos del $100(1-\alpha)\,\%$ para cada par de medias:

$$y_{i\cdot} - y_{j\cdot} \pm q_\alpha(a, f)\sqrt{\frac{MSE}{n}} \quad \text{para } i \neq j$$

Cuando los tamaños muestrales por tratamiento son desiguales, se utiliza la versión generalizada conocida como procedimiento de Tukey–Kramer, donde el estadístico se ajusta así:

$$T_\alpha = q_\alpha(a, f)\sqrt{\frac{MSE}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

y los correspondientes intervalos de confianza son:

$$y_{i\cdot} - y_{j\cdot} \pm q_\alpha(a, f)\sqrt{\frac{MSE}{2}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}$$

El método de Tukey es especialmente útil en análisis exploratorios o cuando el investigador desea evaluar todas las comparaciones por pares posibles sin haberlas especificado previamente (a posteriori). Según Montgomery (Montgomery, 2017), esta técnica tiene la ventaja de ser más conservadora que métodos como el LSD de Fisher, lo que evita inflar la tasa de error global cuando se realizan muchas comparaciones. Además, los intervalos obtenidos son simultáneos, lo que garantiza una interpretación válida del conjunto completo de comparaciones bajo un nivel de confianza conjunto.

El procedimiento fue aplicado tras el rechazo de la hipótesis nula en el ANOVA global, utilizando el valor de $q_\alpha$ correspondiente al número de tratamientos y los grados de libertad del error, disponibles en tablas estándar.

***Número de observaciones muestrales o repeticiones necesarias***

Para determinar el tamaño de muestra necesario en cada tratamiento, se calcula el número de observaciones experimentales o plántulas requeridas, basado en la potencia de la prueba estadística (Dean, Voss, y Draguljić, 2017). Esta potencia refleja la probabilidad de rechazar la hipótesis nula ($H_0$) cuando efectivamente existe una diferencia significativa entre al menos dos tratamientos.

Se parte de la hipótesis nula ($H_0$), que establece que todos los tratamientos tienen el mismo efecto en la producción, que es la variable dependiente. La prueba estadística busca rechazar $H_0$ al encontrar evidencia de diferencias relevantes entre los tratamientos.

Para este análisis, se utiliza un estudio piloto que evalúa la producción por plántula en el cultivo durante los años 2021-2024, el cual determina la variabilidad de la producción por plántula $\sigma^2$. Además, se emplea una función $F$ no central, que incorpora un parámetro $\delta^2$.

La potencia de la prueba, denotada como $\pi(\Delta)$, se define como la probabilidad de que el estadístico $\frac{CMT}{CME}$ sea mayor que el valor crítico $F_{ab-1,n-ab}$:

$$\pi(\Delta) = P\left(\frac{CMT}{CME} > F_{ab-1,n-ab,\alpha}\right)$$

Donde:

- CMT (Cuadrado Medio de los Tratamientos): Mide la variabilidad explicada por los tratamientos.
- CME (Cuadrado Medio del Error): Mide la variabilidad no explicada, atribuible al error experimental.
- $F_{ab-1,n-ab}$: Es el valor crítico de la distribución $F$, con $ab-1$ y $n-ab$ grados de libertad al nivel de significancia $\alpha$.

Bajo la aceptación de la hipótesis nula $H_0$, el estadístico $\frac{CMT}{CME}$ sigue una distribución $F$ central con grados de libertad $ab-1$ (para los tratamientos) y $n-ab$ (para el error). Sin embargo, bajo la hipótesis alternativa $H_1$ (que indica que al menos dos tratamientos difieren), el estadístico sigue una distribución $F$ no central. Esta distribución no central tiene un parámetro de centralidad $\phi^2$, que depende del tamaño de muestra $r$, de $\Delta$ (que representa la diferencia mínima aceptada que el investigador desea detectar) y de la varianza del error $\sigma^2$. Este parámetro se calcula como:

$$\phi^2 = \frac{\delta^2}{\nu} = \frac{r\Delta^2}{2\nu\sigma^2}$$

Este cálculo es fundamental para buscar en la tabla que proporciona el valor crítico de $F$. Si el estadístico calculado $\frac{CMT}{CME}$ es mayor que el valor crítico $F_{ab-1,n-ab,\alpha}$ obtenido de la tabla, se rechaza la hipótesis nula ($H_0$) y se concluye que hay evidencia suficiente para afirmar que existen diferencias significativas entre al menos dos tratamientos. En cambio, si el estadístico calculado es menor o igual al valor crítico, no se puede rechazar $H_0$, lo que indica que no hay evidencia suficiente para afirmar que los tratamientos son diferentes y que todos tienen efectos similares sobre la producción.

***Implementación de software***

Para determinar el tamaño de muestra ($n$) mediante la implementación de la potencia de la prueba, se utiliza el software R, usando la librería **pwr** y la función:

```
pwr.anova.test(k = v, sig.level = alpha, power = pwr, f = f)
```

Donde:

- *ab*: Número de tratamientos, que se refiere a la combinación de niveles de cada factor o variable independiente; en nuestro caso, hay 4 tratamientos.
- $\alpha$: Nivel de significancia, que en nuestro caso es 0,05.

- $Pwr$: Poder estadístico, que representa la probabilidad de rechazar la hipótesis nula $H_0$ cuando hay una diferencia real entre los grupos o tratamientos.
- $f$: Tamaño del efecto que cuantifica la magnitud de una relación o la diferencia entre grupos en un estudio, que se relaciona con $\Delta$ y $\sigma^2$. Se calcula mediante la fórmula $\sqrt{\frac{\Delta^2}{2v\sigma^2}}$ y está relacionada con $\frac{\text{CMT}}{\text{CME}}$.
- $\sigma^2$: Variabilidad de la producción por plántula en una semana durante los 3 años.

De esta manera, se establecen los siguientes parámetros fijos:

- Número de tratamientos: $ab = 4$
- Varianza de producción histórica: $\sigma^2 = 0{,}0134$
- Nivel de significancia: $\alpha = 0{,}05$
- Poder del test: $pwr = 0{,}80$

Finalmente, se itera para conocer un $\Delta$ que, combinado posteriormente con el número de bloques y limitado por los recursos, establezca el número de plántulas por tratamiento. Los resultados se observan en la Tabla 5.

| $\Delta$ | 0.10 | 0.11 | 0.12 | 0.13 | 0.14 | 0.15 | 0.16 | 0.17 | 0.18 | 0.19 | 0.20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **n** | 31 | 26 | 22 | 19 | 16 | 15 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 |

**Tabla 5.** *Número de plántulas por tratamiento n de acuerdo a δ*

Observando, los resultados y contrastando con la limitaciones, se decide usar el $\Delta = 0{,}12$, es decir, tener una tamaño muestral $n = 12$ para cada tratamiento.

### *Número de bloques necesarios*

Para determinar el número de bloques, se implementa el método de *tasa de error por comparación* (Steel y Torrie, 1980), el cual se enfoca en calcular el número de bloques necesario para detectar diferencias mínimas significativas entre tratamientos en un experimento, controlando la probabilidad de error en cada comparación. Este método se basa en la potencia

estadística y el nivel de significancia deseado, especificando un nivel de confianza para cada comparación individual entre pares de tratamientos, en lugar de hacerlo para el conjunto total de comparaciones. Para calcular el número mínimo de réplicas o bloques ($k$), se utiliza la fórmula:

$$k \geq \frac{(Z_{\alpha/2} + Z_{\gamma})^2 \sigma^2}{\Delta^2}$$

Donde $Z_{\alpha/2}$ es el valor crítico de la distribución $Z$ para el nivel de significancia (error de Tipo I) deseado, y $Z_{\gamma}$ es el valor crítico correspondiente a la potencia estadística $(1 - \gamma)$, que indica la probabilidad de detectar una diferencia real. Aquí, $\sigma^2$ es la estimación de la varianza entre los tratamientos, y
*Delta* es la diferencia mínima que se desea detectar como significativa.

Este método permite ajustar la sensibilidad de las comparaciones a niveles específicos de significancia y potencia, lo cual es útil para controlar el error en experimentos con múltiples tratamientos. Al establecer una tasa de error para cada comparación, se puede asegurar que cualquier diferencia observada entre tratamientos es estadísticamente significativa dentro del margen deseado, reduciendo la probabilidad de errores tipo I y tipo II. La elección de valores apropiados para $Z_{\alpha/2}$ y $Z_{\gamma}$ permite controlar la probabilidad de cometer errores en cada comparación, haciendo que el método sea particularmente adecuado para experimentos donde las comparaciones individuales son importantes para la interpretación de los resultados.

De acuerdo con la sección anterior, donde se establecían parámetros para la prueba de poder, se tiene:

- Varianza de producción histórica: $\sigma^2 = 0{,}0134$
- Nivel de significancia: $\alpha = 0{,}05$
- Poder del test: $pwr = 0{,}80$, es decir, $\gamma = 0{,}20$.

- Diferencia mínima a detectar dada por la Tabla 5.
- $Z_{\alpha/2} = 1{,}95$
- $Z_{\gamma} = 0{,}84$

Se procede a iterar con los diferentes $\Delta$, y se establece una diferencia mínima de detección de $0{,}17\,\%$ de acuerdo con la combinación del $n$ y la limitación de recursos, dando como resultado la siguiente fórmula:

$$k \geq \frac{(1{,}95 + 0{,}84)^2 \cdot 0{,}0134}{0{,}17^2}$$

$$k \geq 3{,}65$$

De esta forma se establece que $k$ será 4, donde cada bloque contiene 48 plántulas, y cada tratamiento en el bloque se aplicará a 12 plántulas.

***Recolección de datos***

La recolección de datos se lleva a cabo utilizando una gramera con capacidad de hasta 10.000 gramos, con la cual se pesa la cosecha de cada plántula en cada tratamiento en la última semana de estudio. Para asegurar la precisión de las mediciones, se verifica previamente que la báscula esté calibrada y configurada en gramos. El peso neto de la cosecha se obtiene restando el peso de la canastilla.

Los datos recopilados se registran en un formulario de Excel, donde se documenta la producción por plántula en gramos por semana. Dado que los datos poseen un nivel de medición de razón, no se considera necesario el uso de codificación adicional.

***Prueba de Homocedasticidad de Brown-Forsythe***

La prueba de Brown-Forsythe basada en la mediana es una modificación robusta de la prueba de Levene para contrastar la igualdad de varianzas entre dos o más grupos. Esta variante fue

propuesta por Brown y Forsythe en su estudio clásico (Brown y Forsythe, 1974), donde demostraron empíricamente que reemplazar la media por la mediana mejora significativamente la robustez del test ante desviaciones del supuesto de normalidad. En lugar de utilizar la media como estimador de tendencia central, esta prueba sustituye la media por la mediana de cada grupo, lo cual permite una mayor resistencia frente a la presencia de datos atípicos o distribuciones asimétricas.

Siguiendo la formulación de Brown y Forsythe Brown y Forsythe (1974), sea $x_{ij}$ la $j$-ésima observación del grupo $i$, con $i = 1, \ldots, g$ y $j = 1, \ldots, n_i$. Se define $z_{ij} = |x_{ij} - \tilde{x}_i|$, donde $\tilde{x}_i$ es la mediana del grupo $i$.
El estadístico de contraste adoptado por los autores es de la forma:

$$W_{50} = \frac{\sum_{i=1}^{g} n_i(\bar{z}_i - \bar{z})^2/(g-1)}{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n_i}(z_{ij} - \bar{z}_i)^2/(N-g)}$$

donde

- $\bar{z}_i$ es la media de los $z_{ij}$ dentro del grupo $i$.
- $\bar{z}$ es la media global de todos los $z_{ij}$
- $N = \sum_{i=1}^{g} n_i$ es el tamaño total de la muestra

Este estadístico sigue, bajo la hipótesis nula de igualdad de varianzas, una distribución F de Snedecor con $g - 1$ y $N - g$ grados de libertad.

La prueba de hipótesis que se formula es la siguiente:

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1 : \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

Se rechaza la hipótesis nula si el valor observado de $W_{50}$ es mayor que el valor crítico de la distribución $F$ al nivel de significancia especificado, o si el valor $p$ asociado es menor que $\alpha$.

En el trabajo de Brown y Forsythe Brown y Forsythe (1974), se evaluó el desempeño de este estadístico mediante simulaciones bajo distintas distribuciones no normales, incluyendo la distribución chi-cuadrado con cuatro grados de libertad, la t de Student con cuatro grados de libertad y la distribución de Cauchy. Los resultados mostraron que el estadístico $W_{50}$ mantiene su nivel de significancia cercano al valor nominal incluso en condiciones de fuerte no normalidad, superando en robustez a la versión original de Levene basada en la media, así como al test F, el procedimiento de jackknife de Miller y la prueba $\chi^2$ de Layard.

Por tanto, en contextos donde se anticipan violaciones al supuesto de normalidad, la prueba de Brown-Forsythe con mediana representa una alternativa preferible, ya que controla de manera más efectiva la tasa de error tipo I sin una pérdida considerable de poder estadístico. Su uso resulta particularmente recomendable cuando se sospecha la presencia de asimetría o valores extremos en los datos.

***Prueba de correlación de Durbin-Watson***

A partir del modelo de regresión lineal $y = X\beta + \varepsilon$, donde $y$ es el vector de observaciones, $X$ la matriz de regresores, $\beta$ el vector de parámetros y $\varepsilon$ el vector de errores, Durbin y Watson (Durbin y Watson (1950)) plantean el problema de verificar si los errores son independientes entre sí. La independencia de errores es una condición fundamental para garantizar la validez de los estimadores de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y de las inferencias asociadas.

Para evaluar esta propiedad, los autores proponen contrastar la siguiente hipótesis:

$$H_0 : \textit{los errores no presentan autocorrelación de primer orden}$$

$$H_1 : \textit{los errores sí presentan autocorrelación de primer orden.}$$

Es decir, bajo $H_0$ se espera que los errores no estén correlacionados entre sí, mientras que bajo $H_1$ existe una relación sistemática entre un error y su inmediato anterior.

Dado que en la práctica los errores no son observables, se trabaja con los residuos $z$, que se calculan como $z = y - X\hat{\beta}$, o de manera equivalente $z = (I - X(X'X)^{-1}X')y$. Sobre estos residuos, Durbin y Watson diseñan un estadístico específico para detectar la presencia de autocorrelación, conocido como el estadístico $d$.

El estadístico $d$ se define como:

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{n}(z_i - z_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} z_i^2}.$$

Esta expresión compara la variabilidad de las diferencias sucesivas de los residuos con la variabilidad total de los mismos. La lógica subyacente es que, si los residuos son independientes, las diferencias $(z_i - z_{i-1})$ serán aleatorias y relativamente grandes, resultando en un valor de $d$ cercano a 2. En cambio, si existe autocorrelación positiva, los residuos consecutivos tenderán a ser similares, las diferencias serán pequeñas y el numerador de la fórmula será reducido, lo que llevará a un valor de $d$ inferior a 2. Por el contrario, si hay autocorrelación negativa, las diferencias sucesivas tenderán a ser mayores, provocando que $d$ sea superior a 2.

Aunque la distribución exacta de $d$ es compleja y depende de las propiedades algebraicas de las matrices de proyección, para aplicaciones prácticas Durbin y Watson (Durbin y Watson (1950)) proponen utilizar aproximaciones mediante límites superiores e inferiores, así como tablas de valores críticos, permitiendo interpretar el valor observado de $d$ de manera efectiva: un valor cercano a 2 indica independencia de errores, valores significativamente menores a 2 sugieren autocorrelación positiva, y valores mayores a 2 indican autocorrelación negativa.

***Prueba de normalidad de Lilliefors***

Con el propósito de evaluar si los datos considerados provienen de una distribución normal, se aplicó el test de Kolmogorov-Smirnov modificado y propuesto por Lilliefors ((Lilliefors,

1967)), apropiado para situaciones en las cuales los parámetros de la distribución —la media ($\mu$) y la varianza ($\sigma^2$)— no son conocidos y deben estimarse a partir de la muestra. Este procedimiento es necesario debido a que el test Kolmogorov-Smirnov clásico requiere que la distribución teórica esté completamente especificada, lo cual rara vez ocurre en contextos reales.

El test Kolmogorov-Smirnov original compara la función de distribución acumulada empírica $S_N(x)$, construida a partir de una muestra de tamaño $N$, con una función de distribución acumulada teórica $F(x)$. El estadístico del test se define como:

$$D = \sup_x |F(x) - S_N(x)|$$

Donde $\sup_x$ indica el supremo, es decir, la máxima diferencia absoluta entre ambas funciones. Esta metodología asume que $F(x)$ está completamente determinada, lo que implica conocer exactamente los parámetros poblacionales. Cuando esto no se cumple, como es usual, los resultados del test clásico se tornan inválidos.

La función de distribución acumulada empírica (Statistics How To, 2024), denotada como $S_N(x)$, es una estimación directa de la función de distribución subyacente, construida únicamente a partir de la muestra observada. Su construcción es esencialmente no paramétrica y se define como:

$$S_N(x) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} I(x_i \leq x)$$

Donde $I(x_i \leq x)$ es la función indicadora que toma el valor 1 si $x_i \leq x$ y 0 en caso contrario. Esta función representa la proporción de valores de la muestra que son menores o iguales a un valor dado $x$. En la práctica, $S_N(x)$ es una función escalonada que se incrementa en saltos de $1/N$ en cada uno de los valores observados de la muestra, dispuestos en orden creciente. El gráfico de esta función tiene un comportamiento de escalera, y es precisamente

esta estructura la que se compara con la función de distribución teórica $F^*(x)$ para calcular el estadístico $D$ del test.

Para adaptar el procedimiento, Lilliefors propuso estimar los parámetros de la distribución normal a partir de la muestra. Dados los datos $\{x_1, x_2, \ldots, x_N\}$, se calcula la media muestral:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

y la varianza muestral con corrección por grados de libertad:

$$s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2$$

A partir de estas estimaciones, se construye una función de distribución acumulada normal estandarizada ajustada a la muestra:

$$F^*(x) = \Phi\left(\frac{x - \bar{x}}{s}\right)$$

Donde $\Phi(\cdot)$ representa la función de distribución acumulada de la distribución normal estándar $N(0, 1)$. Se define entonces el estadístico modificado como:

$$D = \max_x |F^*(x) - S_N(x)|$$

Este valor mide la discrepancia máxima entre la distribución empírica observada y la normal teórica ajustada con los parámetros estimados. Es importante notar que al incorporar parámetros estimados, la distribución de $D$ cambia, lo que impide el uso de los valores críticos estándar del test Kolmogorov-Smirnov clásico.

Lilliefors resolvió este inconveniente mediante simulaciones de Monte Carlo, a través de las cuales obtuvo nuevos valores críticos del estadístico $D$ adecuados a esta situación. Para cada tamaño muestral $N$, se generaron 500 muestras aleatorias de una distribución normal con parámetros estimados, calculando el valor del estadístico en cada réplica (Lilliefors, 1967). Los valores críticos resultantes reflejan con mayor precisión el comportamiento del estadístico

bajo la hipótesis nula.

Este procedimiento mantiene las ventajas fundamentales del test Kolmogorov-Smirnov clásico, como su aplicabilidad a muestras pequeñas y su carácter no paramétrico, lo que permite evitar la agrupación de los datos. Además, al incorporar los valores críticos ajustados, evita el excesivo conservadurismo que se produciría si se aplicaran los valores estándar en presencia de parámetros estimados, asegurando así una mayor potencia del test y una interpretación más fiel del nivel de significancia nominal.

## Calidad

### *Diseño de análisis*

Para el análisis de la calidad del fruto derivado del experimento realizado en campo, se empleó un diseño experimental puro con enfoque exploratorio y descriptivo. Las evaluaciones se llevaron a cabo de forma quincenal a lo largo del proyecto.

La calidad del fruto se evalúa mediante tres parámetros continuos fundamentales: peso, longitud y grados Brix, y se analiza inicialmente la normalidad de estas variables con el fin de definir el tipo de prueba estadística a utilizar; así, cuando se cumple el supuesto de normalidad, se aplican pruebas paramétricas, mientras que en caso contrario se opta por pruebas no paramétricas, ya que estas permiten preservar la interpretación directa de los resultados sin recurrir a transformaciones que, aunque útiles para ajustar la distribución, pueden dificultar su comprensión práctica.

Adicionalmente, se consideraron dos variables categóricas de relevancia en la caracterización de la calidad: color y sanidad, las cuales permiten clasificar el estado de madurez y la condición fitosanitaria del fruto, respectivamente.

El proceso de análisis inferencial se desarrolló siguiendo los siguientes pasos:

- Se realizó un análisis descriptivo para explorar el comportamiento y la distribución de las variables categóricas y numéricas.
- Se verificaron los supuestos de normalidad, tanto univariada como multivariada, utilizando las pruebas de Lilliefors y de Mardia, respectivamente.
- Se compararon las variables de peso y grados Brix con los estándares establecidos por la norma NTC 4106.
- Se analizó la relación entre la variable de sanidad y las variables de calidad mediante pruebas de Mann-Whitney y modelos aditivos generalizados (GAM).
- Se aplicaron pruebas de Kruskal-Wallis para evaluar las diferencias entre tratamientos en las variables de peso, tamaño y grados Brix.

***Análisis descriptivo:***

Se lleva a cabo un análisis descriptivo para aquellos parámetros categóricos o duales, como la sanidad del fruto, con el fin de proporcionar una visión integral de los resultados.

***Prueba de normalidad:***

Se lleva a cabo una prueba de normalidad multivariada utilizando la prueba de Shapiro-Wilk, donde la hipótesis nula y alternativa de la prueba se establecen como:

$$H_0: \quad X \sim N(\mu, \Sigma)$$

$$H_1: \quad X \not\sim N(\mu, \Sigma)$$

Donde $X$ es la variable que representa el conjunto de datos.

Considerando el tamaño muestral, se evaluó la normalidad mediante la prueba de Lilliefors para el análisis univariado de cada variable (peso, tamaño y °Brix) y la prueba de Mardia para el análisis multivariado, seleccionando estos contrastes por su robustez frente al tamaño muestral y su capacidad para evaluar adecuadamente los supuestos de normalidad requeridos en los análisis posteriores.

- **Prueba univariada de Lilliefors** La evaluación de la normalidad univariada de los datos se realizó mediante la prueba de Lilliefors, previamente descrita en la sección de Metodología de Producción.

- **Prueba multivariada Mardia**

  Para evaluar la normalidad multivariada de los datos, se aplica la prueba de Mardia, la cual se basa en las generalizaciones multivariadas de las medidas de asimetría (skewness) y curtosis (kurtosis). Siguendo a Korkamaz (Korkmaz, Goksuluk, y Zararsiz, 2014) se tiene:

  Sea $\mathbf{x}_1, \ldots, \mathbf{x}_n$ una muestra de vectores aleatorios $p$-dimensionales, con media muestral $\bar{\mathbf{x}}$ y matriz de covarianza muestral $\mathbf{S}$. Se define la distancia de Mahalanobis entre los vectores $\mathbf{x}_i$ y $\mathbf{x}_j$ como:

$$m_{ij} = (\mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}})^\top \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x}_j - \bar{\mathbf{x}})$$

  A partir de esta distancia, se construyen dos estadísticos:

$$\hat{\gamma}_{1,p} = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} m_{ij}^3 \qquad \text{(asimetría multivariada)}$$

$$\hat{\gamma}_{2,p} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} m_{ii}^2 \qquad \text{(curtosis multivariada)}$$

  La hipótesis nula es que los datos provienen de una distribución normal multivariada. Para contrastarla, se utilizan los siguientes estadísticos:

  - Para la asimetría:

$$K_{\text{skew}} = \frac{n}{6} \hat{\gamma}_{1,p} \sim \chi^2_{df}, \quad \text{donde } df = \frac{p(p+1)(p+2)}{6}$$

  - Para la curtosis:

$$Z_{\text{kurt}} = \frac{\hat{\gamma}_{2,p} - p(p+2)}{\sqrt{\frac{8p(p+2)}{n}}} \sim N(0,1)$$

El valor de $K_{\text{skew}}$ se compara con el percentil crítico de una distribución chi-cuadrado con *df* grados de libertad. Si el valor del estadístico es mayor que el valor crítico para un nivel de significancia dado ($\alpha = 0{,}05$), se rechaza $H_0$, la hipótesis de normalidad en cuanto a la asimetría. De forma análoga, si el valor absoluto de $Z_{\text{kurt}}$ es mayor que el valor crítico de la distribución normal estándar, se rechaza $H_0$, es decir, la normalidad en cuanto a la curtosis.

De acuerdo con Selçuk (Korkmaz y cols., 2014), la prueba de Mardia es especialmente útil para detectar desviaciones estructurales de la normalidad cuando estas se deben a la presencia de asimetría o curtosis en el conjunto de datos. Sin embargo, también advierten que en muestras pequeñas esta prueba puede presentar limitaciones tanto en potencia como en control del error tipo I. Por esta razón, recomiendan su uso principalmente en muestras moderadas o grandes.

***Pruebas comparativas con estándares de calidad***

Para evaluar si los parámetros seleccionados cumplen con los estándares de NTC, se utilizarán pruebas individuales entre bloques y entre tratamientos, con el fin de evaluar si el tratamiento o el bloque cumplen con estas especificaciones.Sin embargo, teniendo en cuenta las diferencias con la mora Castilla, mora que es estudiada en el NTC, diferencias como el tamaño, peso y diámetro.

- **Prueba de rangos con signo de Wilcoxon:** Basado en la propuesta original de Wilcoxon ((Wilcoxon, 1945)) y en formulaciones modernas que permiten aproximación normal para muestras grandes (Team, 2025), la prueba de rangos con signo de Wilcoxon para una muestra es una prueba no paramétrica que permite evaluar si la mediana poblacional de una variable continua es igual a un valor de referencia $\mu_0$. Esta prueba es una alternativa a la prueba $t$ para una muestra cuando no se cumple el supuesto de normalidad de los datos y las observaciones son independientes.

Se plantean las siguientes hipótesis estadísticas:

$$H_0 : \text{mediana} = \mu_0 \quad \text{vs.} \quad H_1 : \text{mediana} \neq \mu_0$$

El procedimiento consiste en calcular las diferencias entre cada observación $X_i$ y el valor de referencia $\mu_0$:

$$d_i = X_i - \mu_0.$$

Las diferencias iguales a cero ($d_i = 0$) se eliminan del análisis. Luego, se ordenan los valores absolutos $|d_i|$ y se les asignan rangos $R_i$ ascendentes. Posteriormente, se asignan los signos originales de $d_i$ a los rangos:

$$S_i = \text{sign}(d_i) \cdot R_i,$$

donde:

$$\text{sign}(d_i) = \begin{cases} 1, & \text{si } d_i > 0, \\ -1, & \text{si } d_i < 0. \end{cases}$$

El estadístico de prueba $T$ se define como la menor suma de rangos absolutos positivos o negativos:

$$W = \text{mín} \left( \sum_{S_i > 0} R_i, \sum_{S_i < 0} R_i \right).$$

El valor de W se compara con la distribución exacta de Wilcoxon o, si la muestra es grande ($n > 50$), se puede emplear la aproximación normal:

$$Z = \frac{T - \frac{n(n+1)}{4}}{\sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}},$$

donde $n$ es el número de diferencias $d_i$ distintas de cero.

El valor del estadístico se compara contra la distribución de referencia para obtener el valor $p$. Si $p < \alpha$, se rechaza $H_0$ y se concluye que la mediana de la población difiere significativamente de $\mu_0$.

Desde el punto de vista estadístico, esta prueba evalúa la posición central (la mediana) sin suponer normalidad, resultando adecuada para distribuciones asimétricas o cuando existen valores atípicos.

***Modelos aditivos generalizados: regresión logística no paramétrica***

En situaciones donde la variable respuesta es dicotómica, como ocurre en estudios de éxito o fracaso, sí o no, o presencia o ausencia, una herramienta estadística apropiada es la regresión logística. Cuando se sospecha que la relación entre las variables explicativas y la respuesta es no lineal, pero se desea mantener una estructura interpretable y estadísticamente formal, los *modelos aditivos generalizados* (GAMs) constituyen una extensión natural de los *modelos lineales generalizados* (GLMs) (Olaya Ochoa, 2012).

Un modelo lineal generalizado clásico se estructura en tres componentes: la aleatoria (distribución de la variable respuesta), la sistemática (predictores lineales), y la función de enlace que conecta ambas. En el caso de los GAMs para respuesta binaria, la **componente aleatoria deja de ser Normal** como en la regresión clásica, y pasa a ser **Bernoulli**, es decir:

$$Y_i \sim \text{Bernoulli}(\pi_i)$$

donde $\pi_i = P(Y_i = 1 \mid x_i)$ representa la probabilidad condicional del evento. En este marco, la **componente sistemática** se define mediante una función de enlace logit y funciones suaves para cada predictor:

$$\text{logit}(\pi_i) = \log\left(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}\right) = \alpha + f_1(x_{i1}) + f_2(x_{i2}) + \cdots + f_p(x_{ip})$$

Cada función $f_j(\cdot)$ modela el efecto del predictor $x_j$ sobre el log-odds, de forma no paramétrica, utilizando técnicas de suavizamiento como splines o suavizado local. Estas funciones no se asumen de forma lineal o polinómica, sino que se extraen directamente de los datos, otorgando al modelo una gran flexibilidad.

La estimación de este tipo de modelo se realiza mediante la maximización de una log-verosimilitud penalizada, que incorpora un término para controlar la suavidad del ajuste. El criterio a optimizar es:

$$\ell(f) - \sum_{j=1}^{p} \lambda_j \int_0^1 f''(x)^2 dx$$

donde:

- $\ell(f)$ representa el logaritmo de la verosimilitud del modelo bajo la distribución Bernoulli:

  $$\ell(f) = \sum_{i=1}^{n} [y_i \eta_i - \log(1 + e^{\eta_i})]$$

  con $\eta_i = \alpha + \sum_j f_j(x_{ij})$,

- $\lambda_j$ es el parámetro que controla la suavidad del ajuste de la función $f_j$,

- $y$ el segundo término penaliza la curvatura excesiva de las funciones.

En otras palabras, se busca el conjunto de funciones suaves $f_j$ que maximicen la verosimilitud del modelo, pero penalizando aquellas soluciones demasiado rugosas. Cuanto mayor sea $\lambda_j$, más suave será la función estimada; si $\lambda_j = 0$, no hay penalización y el modelo puede sobreajustarse.

La relación con los GLMs es directa: si en lugar de funciones suaves se emplean términos lineales, el GAM se reduce a un GLM clásico. Es decir, los GLMs son un caso particular de los GAMs. La ventaja de los GAMs radica en que no requieren especificar una forma

funcional exacta entre predictores y respuesta, permitiendo modelar relaciones complejas y no lineales sin perder la estructura formal del modelo estadístico.

Una de las principales herramientas interpretativas de los GAMs es el análisis gráfico. Al representar cada función estimada $f_j(x_j)$ junto con sus bandas de confianza, se puede identificar visualmente cómo varía el logit de la respuesta a lo largo del dominio del predictor.

***Prueba de Mann–Whitney U***

La prueba de Mann–Whitney U es un procedimiento estadístico no paramétrico diseñado para evaluar si existen diferencias significativas entre dos grupos independientes en relación con una variable de tipo continuo u ordinal. Esta prueba es particularmente útil cuando los datos no cumplen con los supuestos de normalidad requeridos por métodos paramétricos como la prueba t para muestras independientes. En el contexto de esta investigación, se aplica cuando se desea comparar una variable continua entre dos grupos definidos por una variable categórica dicotómica (Corder y Foreman, 2014).

El análisis comienza con la formulación de las hipótesis. La hipótesis nula ($H_0$) establece que ambas muestras provienen de la misma distribución, es decir, que no existe una diferencia sistemática en las posiciones de los valores (rangos) entre los grupos. Por su parte, la hipótesis alternativa ($H_1$) plantea que una de las muestras tiende a presentar valores sistemáticamente más altos o más bajos que la otra. La formulación de las hipótesis es la siguiente:

$H_0$ : Las distribuciones de la variable continua en ambos grupos son iguales

$H_1$ : Las distribuciones de la variable continua en ambos grupos son diferentes

Los datos se agrupan según la variable categórica y se ordenan en una sola lista conjunta de menor a mayor valor. A cada observación se le asigna un rango, y en caso de empates se otorga el promedio de los rangos correspondientes. Luego se calcula la suma de los rangos

para cada grupo, denotadas como $\sum R_1$ y $\sum R_2$.

La estadística $U$ se calcula para cada grupo utilizando la siguiente expresión:

$$U_i = n_1 n_2 + \frac{n_i(n_i + 1)}{2} - \sum R_i$$

donde:

- $n_1$ y $n_2$ son los tamaños de los dos grupos definidos por la variable categórica,
- $n_i$ corresponde al tamaño de la muestra del grupo $i$,
- $\sum R_i$ es la suma de los rangos del grupo $i$,
- $U_i$ es el estadístico U correspondiente al grupo $i$.

Se obtiene un valor $U_1$ para el primer grupo y un valor $U_2$ para el segundo grupo; el menor de ambos se toma como estadístico de prueba. En el caso de muestras grandes, se aplica una aproximación normal para determinar la significancia estadística del valor observado, evitando así el uso de tablas de valores críticos.

La media teórica $x_U$ y la desviación estándar $s_U$ del estadístico U bajo la hipótesis nula se calculan como:

$$x_U = \frac{n_1 n_2}{2}, \qquad s_U = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

Con estos parámetros se obtiene un valor $z$ mediante:

$$z = \frac{U - x_U}{s_U}$$

El valor $z$ se interpreta usando la distribución normal estándar. Si el valor $p$ asociado al estadístico $z$ es menor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}05$, se rechaza la hipótesis nula, concluyéndose que existe una diferencia significativa entre los grupos definidos por la variable

categórica.

Este procedimiento permite analizar rigurosamente diferencias en una variable continua entre dos condiciones, tratamientos o categorías, sin necesidad de asumir normalidad en los datos, y se basa en la comparación de los rangos observados más que en los valores absolutos.

***Comparaciones múltiples entre tratamientos***

Para el enfoque entre grupos se plantean las siguientes hipótesis:

$H_0$: No hay diferencias significativas en tamaño, peso y grados Brix entre los tratamientos.

$H_1$: Al menos una media es diferente entre los grupos.

- **Prueba de Kruskal–Wallis H**

  La prueba de Kruskal–Wallis es una técnica estadística no paramétrica utilizada para comparar más de dos grupos independientes en relación con una variable continua u ordinal (Corder y Foreman, 2014). Es particularmente útil cuando los datos no cumplen los supuestos de normalidad o de homogeneidad de varianza requeridos por el análisis de varianza (ANOVA) de una vía, su equivalente paramétrico. En esta prueba, los grupos comparados deben ser mutuamente independientes, y la variable de interés debe tener un nivel de medición al menos ordinal.

  El procedimiento comienza con la formulación de hipótesis. La hipótesis nula ($H_0$) plantea que todas las poblaciones tienen la misma mediana, es decir, que no existen diferencias sistemáticas entre los grupos. La hipótesis alternativa ($H_1$) indica que al menos uno de los grupos difiere significativamente de los demás:

$$H_0 : \theta_1 = \theta_2 = \ldots = \theta_k$$

$$H_1 : \text{Al menos una } \theta_i \text{ difiere de otra}$$

  Para aplicar la prueba, se combinan todos los datos de los grupos y se ordenan conjuntamente. A cada observación se le asigna un rango ascendente. En caso de empates,

se asigna el promedio de los rangos correspondientes. Luego, se calcula la suma de los rangos ($R_i$) para cada grupo, y se utiliza la siguiente fórmula para calcular el estadístico $H$:

$$H = \frac{12}{N(N+1)} \sum_{i=1}^{h} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(N+1)$$

donde:

- $h$ es el número de grupos,
- $N$ es el número total de observaciones combinadas,
- $n_i$ es el número de observaciones en el grupo $i$,
- $R_i$ es la suma de los rangos del grupo $i$.

Si durante el proceso se presentan empates, se debe aplicar una corrección mediante un coeficiente de ajuste por empates, calculado como:

$$C_H = 1 - \frac{\sum(T^3 - T)}{N^3 - N}$$

donde $T$ es el número de observaciones con el mismo valor (número de empates por grupo de valores repetidos). En tal caso, el valor corregido del estadístico H se obtiene dividiendo el valor original entre el coeficiente de corrección:

$$H_{\text{corregido}} = \frac{H}{C_H}$$

Una vez calculado el estadístico H (corregido si es necesario), se compara con un valor crítico de la distribución $\chi^2$ con $h-1$ grados de libertad. Si $H \geq \chi^2_{\alpha,h-1}$, se rechaza la $H_0$ y se concluye que al menos un grupo es diferente de los demás.

Sin embargo, esta prueba no indica qué grupos son diferentes entre sí. Por tanto, si el resultado es significativo, es necesario realizar comparaciones por pares entre los grupos utilizando pruebas adicionales.

- **Prueba de Dunn para Comparaciones Post Hoc**

Cuando la prueba de Kruskal–Wallis indica diferencias estadísticamente significativas entre tres o más grupos independientes, es necesario realizar análisis post hoc para identificar específicamente qué pares de grupos difieren entre sí. La prueba de Dunn es una técnica no paramétrica adecuada para este propósito, ya que permite realizar comparaciones múltiples entre pares de grupos, controlando el error tipo I asociado a múltiples pruebas Debasish (2025).

La prueba de Dunn utiliza los rangos promedio de los grupos obtenidos en la prueba de Kruskal–Wallis y calcula un estadístico $Z$ para cada par de grupos $i$ y $j$ mediante la siguiente fórmula:

$$Z_{ij} = \frac{R_i - R_j}{\sqrt{\frac{N(N+1)}{12}\left(\frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j}\right)}}$$

donde:

- $R_i$ y $R_j$ son los rangos promedio de los grupos $i$ y $j$, respectivamente.
- $n_i$ y $n_j$ son los tamaños de muestra de los grupos $i$ y $j$, respectivamente.
- $N$ es el tamaño total de la muestra combinada.

El valor absoluto de $Z_{ij}$ se compara con el valor crítico de la distribución normal estándar correspondiente al nivel de significancia deseado. Si $|Z_{ij}|$ excede este valor crítico, se concluye que existe una diferencia estadísticamente significativa entre los grupos $i$ y $j$.

Para controlar el error tipo I en el contexto de múltiples comparaciones, se recomienda aplicar una corrección al nivel de significancia, como la corrección de Bonferroni. Esta corrección ajusta el nivel de significancia $\alpha$ dividiéndolo por el número total de comparaciones $c$:

$$\alpha_{\text{ajustado}} = \frac{\alpha}{c}$$

donde $c = \frac{k(k-1)}{2}$ y $k$ es el número de grupos.

La prueba de Dunn es especialmente útil cuando los datos no cumplen con los supuestos de normalidad y homogeneidad de varianzas requeridos por las pruebas paramétricas, ofreciendo una alternativa robusta para la identificación de diferencias específicas entre grupos en estudios no paramétricos.

***Selección de muestra***

Para garantizar la objetividad y la representatividad del análisis en el estudio de la calidad del fruto, se implementa una muestra probabilística de tipo MAS (Muestreo Aleatorio Simple). Este enfoque asegura que todas las moras dentro de un grupo tengan la misma probabilidad de ser elegidas, lo que es esencial para minimizar sesgos en la selección de las muestras.

El tamaño de la muestra se determina utilizando herramientas estadísticas que permiten calcular la cantidad adecuada de moras a incluir en el análisis. Este cálculo toma en consideración factores como el nivel de confianza, el margen de error y la variabilidad esperada en los parámetros a evaluar.

La elección de moras dentro de cada grupo experimental se lleva a cabo de manera aleatoria. Esto implica que, dentro de cada grupo, las moras serán seleccionadas al azar para asegurar que todos los tratamientos tengan igual representación en el análisis.

Este método de selección aleatoria es crucial, ya que ayuda a evitar que la objetividad del análisis se vea comprometida por sesgos en la elección de las muestras. La aleatorización en la selección de moras de cada grupo permitirá una comparación válida y confiable de los

resultados, facilitando la identificación de diferencias significativas en la calidad del fruto bajo diferentes tratamientos de fertilización y sistemas de protección.

***Recolección de datos***

Para la recolección de datos en el análisis de la calidad del fruto, se emplean diversos instrumentos de medición, cada uno diseñado para capturar parámetros específicos de manera precisa y confiable:

- Grados Brix: Se utiliza un refractómetro ATC de 0° a 32°, calibrado para estimar la concentración de sólidos solubles totales en el fruto, principalmente azúcares, mediante la medición de grados Brix, que se obtienen a partir del índice de refracción del jugo.
- Longitud: Se mide con un calibrador pie de rey, asegurando que las mediciones se realicen de manera estandarizada para obtener resultados consistentes.
- Peso: Se utiliza una gramera de Precisión MH- 200 Series con rango de 0.01g a 200g, adecuada para medir pequeños pesos con alta precisión, lo que es fundamental para evaluar el peso del fruto de manera exacta.
- Sanidad: Se usa un formulario estandarizado que incluya una lista de las diferentes enfermedades y su representación visual. Esto facilita la identificación y evaluación del estado sanitario del fruto, permitiendo determinar la presencia de enfermedades o plagas.
- Color: Se aplica un formulario de evaluación de color, que clasifica los colores del fruto de acuerdo con los estándares establecidos, proporcionando una forma objetiva de registrar este parámetro.

Es crucial que todos los instrumentos de medición estén calibrados y en condiciones óptimas antes de cada uso, para garantizar la validez y confiabilidad de los datos recolectados.

Los datos obtenidos y consolidados de cada instrumento se registran en una hoja de Excel, organizada según las etiquetas de cada parámetro y el tiempo de toma de muestra. Además, se categorizan de acuerdo con los parámetros establecidos por las Normas Técnicas Colombianas (NTC), lo que permitirá una comparación y análisis más efectivos de los resultados descriptivos.

# Resultados

En la siguiente sección se presentan los resultados obtenidos a partir de la metodología previamente descrita. No obstante, debido a contratiempos externos que retrasaron el inicio del experimento y al tiempo limitado para la entrega de este documento, los resultados expuestos corresponden únicamente al análisis de los dos primeros meses.

## Producción

Desde una primera perspectiva se analiza si, a lo largo de las semanas del estudio, la producción de los tratamientos sigue las tendencias normales del cultivo, y como se observa en la Figura 4, no se aprecian diferencias significativas entre ellos de forma visual; sin embargo, a partir de la semana 8 comienzan a notarse algunas variaciones, especialmente en los tratamientos bajo techo, que tienden a mostrar medias más altas, aunque siguen la tendencia habitual de inicio de temporada con mayor producción.

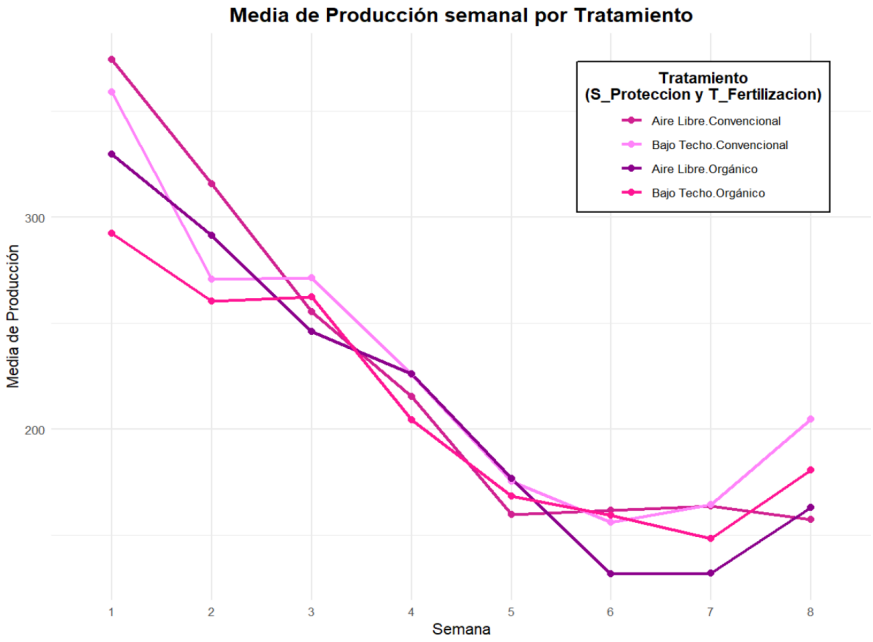



**Figura 4.** *Tendencia de la producción durante las semanas del estudio*

Por otro lado, de acuerdo con los datos registrados durante la semana 8 y a la Tabla 6, la producción por plántula presentó un rango entre 75 g (mínimo) y 807 g (máximo), con una media de 176.6 g. Sin embargo, el 50 % central de los datos se concentró entre 125 y 205 g, indicando una distribución asimétrica con valores extremos.

| Mínimo | 1er Cuartil | Mediana | Media | 3er Cuartil | Máximo |
|---|---|---|---|---|---|
| 75.0 | 125.0 | 159.5 | 176.6 | 205.0 | 807.0 |

**Tabla 6.** *Estadísticas descriptivas de la variable Producción*

Este mismo patrón se confirma en la Figura 5, donde la distribución de la producción muestra una marcada asimetría positiva (sesgo a la derecha), donde la densidad de probabilidad alcanza su máximo entre 100-180 g, intervalo que concentra la mayor frecuencia de datos, para luego descender gradualmente hasta los 350 g. Los valores máximos de producción (mayor de 500 g) aparecen como eventos poco frecuentes en la cola derecha de la distribución. La asimetría positiva observada en la producción durante la semana evaluada refleja que un pequeño número de plantas alcanzó rendimientos significativamente superiores al resto. Esta

variabilidad puede atribuirse a diferencias en el desarrollo fenológico individual de las plantas, al efecto diferencial de los tratamientos aplicados o a condiciones fitosanitarias previas. Estos valores atípicos elevados generan una cola larga hacia la derecha en la distribución, causando que ésta no sea simétrica y sugiriendo heterogeneidad en el desempeño productivo dentro del área experimental.

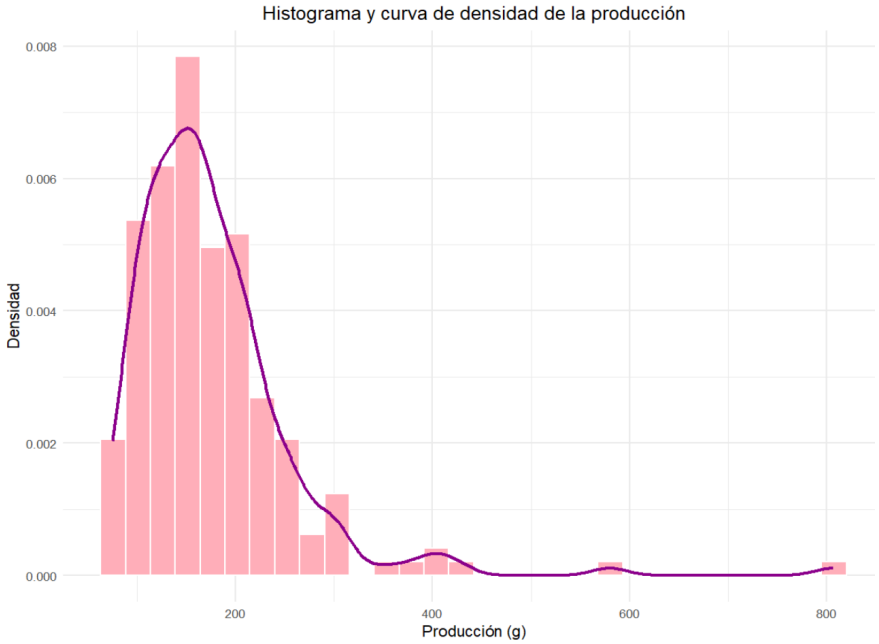



**Figura 5.** *Distribución de densidad de la producción*

En relación con la producción por tratamiento (Figura 6), aunque las medianas no varían de forma visualmente notable entre los cuatro grupos, sus distribuciones presentan diferencias importantes, ya que el tratamiento 2 (Aire Libre + Fertilización Orgánica) muestra la mayor dispersión, con un rango intercuartílico amplio y una ligera asimetría positiva, mientras que el tratamiento 1 (Aire Libre + Fertilización Convencional) presenta una media más baja y un patrón opuesto, con asimetría negativa. Por su parte, los tratamientos 3 y 4, correspondientes a las condiciones Bajo Techo, exhiben distribuciones aparentemente simétricas, aunque el tratamiento 3 (Bajo Techo + Orgánico) se distingue por concentrar una mayor cantidad de valores atípicos y registrar la media de producción más alta (gramos por plántula), seguido del tratamiento 4 (Bajo Techo + Convencional).

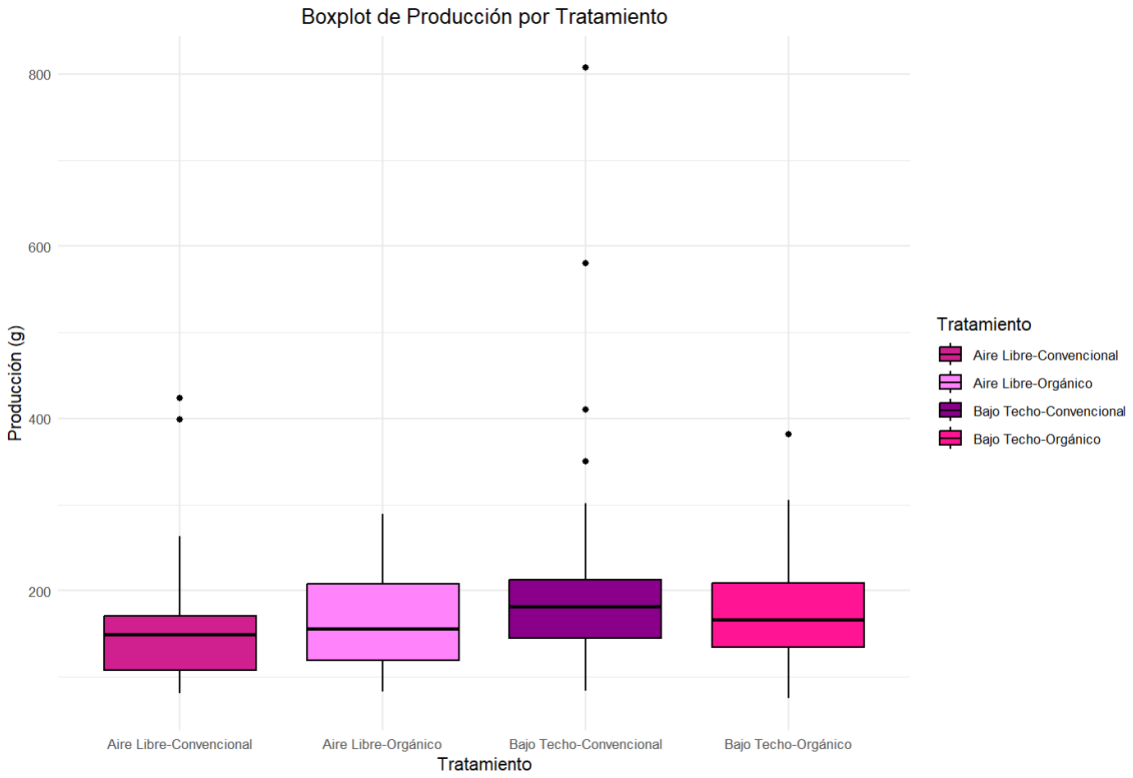



**Figura 6.** *Diagrama de caja (boxplot) de la producción según tratamiento durante dos meses*

En la relación entre tratamientos y bloques, la Figura 7 muestra un mapa de calor que ilustra la producción media por bloque (en g/plántula) según el tipo de fertilización y el sistema de protección. Se observa que las combinaciones que incluyen el sistema de protección bajo techo tienden a registrar los valores más altos de producción, especialmente en el bloque 1, donde se aprecia la tonalidad más intensa del gráfico, particularmente con la fertilización orgánica. En contraste, los tratamientos a cielo abierto presentan en general una menor producción media, reflejada en tonalidades más claras en la mayoría de los bloques, con la excepción del bloque 3, donde la combinación Aire Libre + Fertilización Convencional destaca como la de mayor producción. Este patrón sugiere, de forma descriptiva, que el uso del sistema de protección bajo techo podría favorecer la producción, aunque también se observan variaciones entre bloques que podrían atribuirse a otros factores, como diferencias en las condiciones ambientales o un posible desbalance de nutrientes.

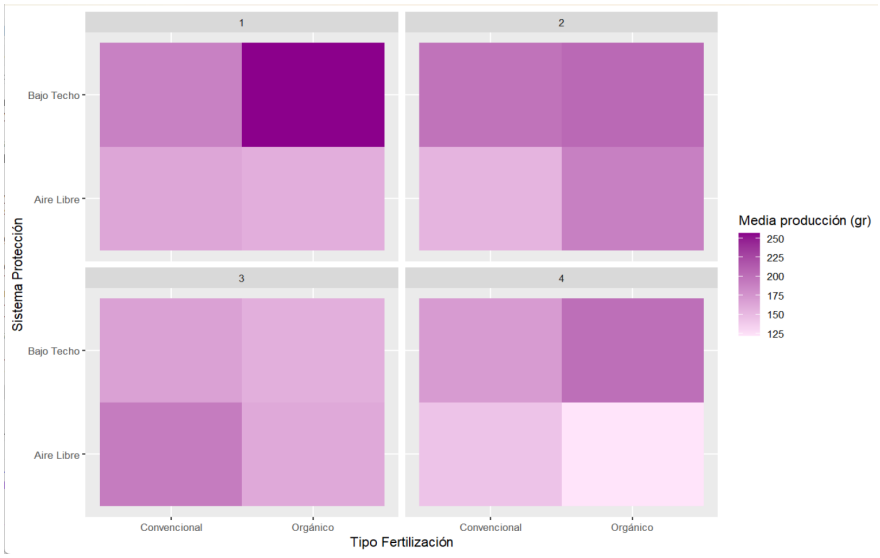



**Figura 7.** *Mapa de calor: producción media por bloque (unidades: g/plántula).*

Para finalizar la parte descriptiva, el gráfico de interacción punto-línea con desviación estándar (Figura 8) muestra cómo varía la producción promedio (en gramos por plántula) en función del tipo de fertilización y el sistema de protección. En el panel izquierdo, se observa que la producción es mayor bajo el sistema de protección (bajo techo) tanto para la fertilización convencional como para la orgánica, siendo esta diferencia más marcada con fertilización orgánica. En el panel derecho, se evidencia que la fertilización orgánica supera en promedio a la convencional bajo condiciones protegidas, mientras que a cielo abierto presenta una leve disminución, lo que contrasta con un mejor rendimiento de la fertilización convencional en ese entorno. Las bandas sombreadas reflejan la desviación estándar, indicando una mayor variabilidad en los tratamientos con fertilización orgánica, especialmente bajo techo. En conjunto, el gráfico sugiere que aparentemente tanto el uso del sistema de protección como la fertilización orgánica podrían favorecer la producción, aunque con una mayor dispersión en los resultados.

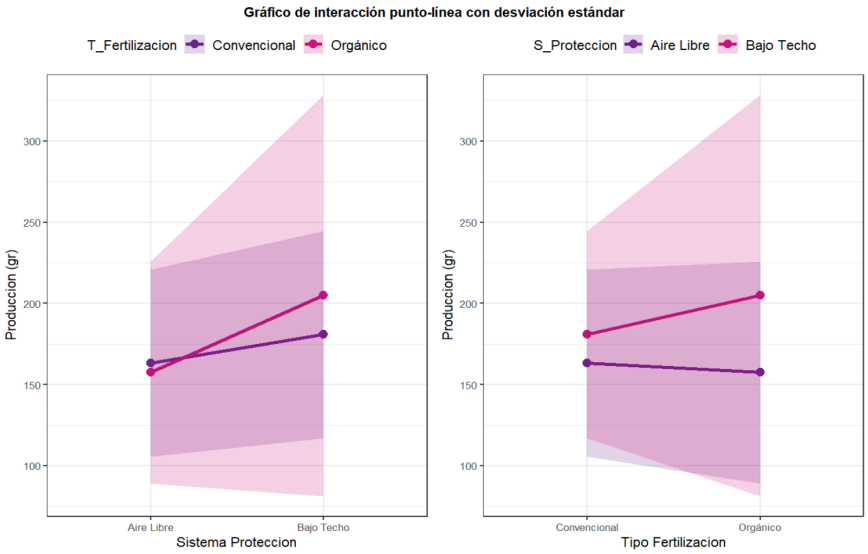



**Figura 8.** *Gráfico de interacción (punto-línea) para factores*

Aunque el boxplot no muestra diferencias marcadas entre los tratamientos, el gráfico de interacción sugiere que la combinación de fertilización orgánica con el sistema de protección bajo techo tiende a asociarse con una mayor producción. Este patrón podría deberse a una interacción entre ambos factores que no se refleja claramente en las medianas, pero sí en las medias y sus respectivas desviaciones estándar.

A continuación, se contrastan los resultados descriptivos previamente presentados mediante las pruebas estadísticas definidas en la metodología. En particular, se aplica un análisis de varianza (ANOVA) para evaluar estadísticamente la significancia de los factores y sus interacciones sobre la variable de producción. Los resultados de este análisis se presentan en la siguiente tabla:

| **Fuente de variación** | **Gl** | **Suma de Cuadrados** | **Cuadrado Medio** | **F** | $p - valor$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Tipo de Fertilización | 1 | 4015 | 4015 | 0.592 | 0.44275 |
| Sistema de Protección | 1 | 50960 | 50960 | 7.510 | 0.00674 ** |
| T.Fertilización:S.Protección | 1 | 10502 | 10502 | 1.548 | 0.21505 |
| Bloque | 3 | 32673 | 10891 | | |
| Residuales | 185 | 1255360 | 6786 | | |
| Total | 191 | 1353510 | | | |

**Tabla 7.** *Resultados del ANOVA bifactorial con bloque*

El análisis de varianza bifactorial con bloques mostró que el sistema de protección tuvo un efecto significativo sobre la producción ($p - valor = 0{,}00674$), lo que indica diferencias estadísticamente significativas entre los tratamientos a cielo abierto y bajo techo. En contraste, ni el tipo de fertilización ($p - valor = 0{,}44275$) ni la interacción entre ambos factores ($p - valor = 0{,}21505$) fueron significativos, lo que sugiere que el efecto del sistema de protección sobre la producción es independiente del tipo de fertilización empleado.

Sin embargo, para asegurar la validez del modelo ajustado, se verificaron los supuestos fundamentales del análisis de varianza (ANOVA). La normalidad de los residuos fue evaluada mediante la prueba de Lilliefors (Kolmogorov-Smirnov), mientras que la homocedasticidad se examinó a través de la prueba de Brown-Forsythe, y finalmente la independencia de los errores mediante la prueba de Durbin-Watson. Los resultados se resumen en la Tabla 8, y se visualizan en la Figura 9.

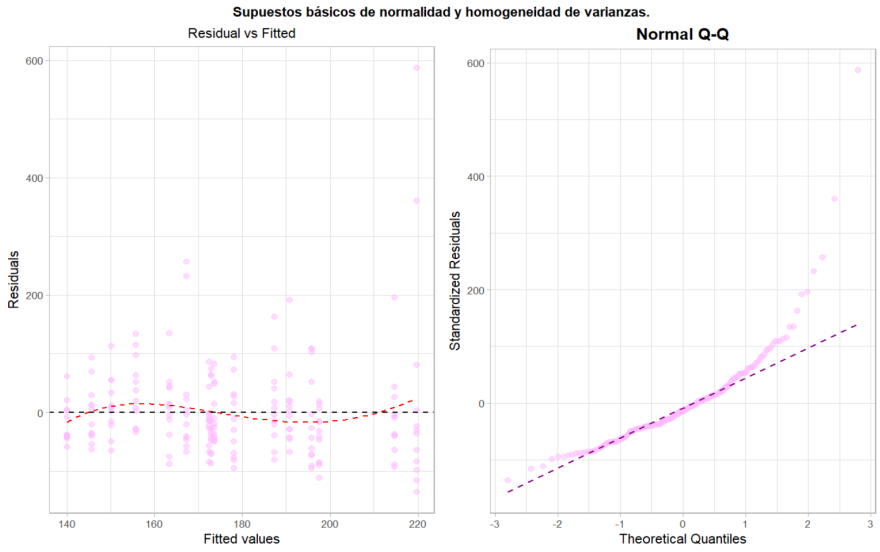



**Figura 9.** *Validación de supuestos de homocedasticidad y normalidad del ANOVA*

| **Prueba** | **Estadístico** | **Valor-p** |
|---|---|---|
| Lilliefors (normalidad) | D = 0.13615 | 2.969e-09 |
| Brown-Forsythe (homocedasticidad) | F = 1.4586 | 0.2273 |
| Durbin-Watson (independencia) | DW = 2.1574 | 0.7498 |

**Tabla 8.** *Resultados de las pruebas de supuestos del modelo ANOVA*

Los análisis de supuestos revelaron que el modelo ANOVA no cumple con el requisito de normalidad según el test de Lilliefors (*valor-p* $< 0.05$), aunque sí satisface los supuestos de homocedasticidad (test de Brown-Forsythe, *valor-p* $> 0.05$) e independencia de los errores (test de Durbin-Watson, *valor-p* $> 0.05$), lo que indica que los residuos no presentan una distribución normal. Esta desviación también se aprecia visualmente en el gráfico Q-Q de diagnóstico (Figura 9).

En vista de lo anterior, se transformó la variable de producción según el valor de lambda estimado en la prueba de Box-Cox ($\lambda = -0.50$), lo que corresponde a aplicar la transformación inversa de la raíz cuadrada, es decir, $1/\sqrt{y}$. Los resultados de esta transformación se

presentan en las Tablas 9 y 10.

| **Fuente de variación** | **Gl** | **Suma de Cuadrados** | **Cuadrado Medio** | **F** | $valor - p$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Tipo de Fertilización | 1 | 0.0000009 | 0.0000009 | 0.004 | 0.9483 |
| Sistema de Protección | 1 | 0.00192 | 0.00192 | 9.474 | 0.0024 ** |
| T. Fertilización:S. Protección | 1 | 0.00018 | 0.0001843 | 0.912 | 0.3409 |
| Bloque | 3 | 0.00100 | 0.0003323 | | |
| Residuales | 185 | 0.03740 | 0.0002021 | | |
| Total | 191 | 0.0405 | | | |

**Tabla 9.** *Resultados del ANOVA del modelo con transformación*

| **Prueba** | **Estadístico** | **Valor-p** |
|---|---|---|
| Lilliefors (normalidad) | D = 0.05863 | 0.1103 |
| Brown-Forsythe (homocedasticidad) | F = 0.4566 | 0.7129 |
| Durbin-Watson (independencia) | DW = 2.1103 | 0.6351 |

**Tabla 10.** *Resultados de las pruebas de supuestos del modelo ANOVA con transformación*

Luego de aplicar la transformación correspondiente, se verificó que el modelo cumple con todos los supuestos del análisis de varianza: normalidad de los residuos, homocedasticidad e independencia. En todos los casos, las pruebas estadísticas asociadas arrojaron $valores - p >$ 0,05, lo que indica que existe suficiente evidencia para no rechazar la hipótesis nula en cada uno de los supuestos evaluados.

Asimismo, el análisis de varianza indica que el único factor con efecto significativo sobre la variable de respuesta fue el sistema de protección ($valor - p <$ 0,05). Y al no detectarse significancia estadística en los demás factores ni en sus interacciones ($valores - p >$ 0,05), se procede a ajustar un modelo reducido que incluya únicamente dicho factor.

De acuerdo con la formulación establecida en la metodología, el modelo reducido se representa como:

$$Y_{ikn} = \mu + \delta_i + \tau_k + \varepsilon_{ikn},$$

$$\varepsilon_{ikn} \sim N(0, \sigma^2),$$

$$\varepsilon_{ikn} \textit{ son mutuamente independientes},$$

$$i = 1, \ldots, a; \quad k = 1, \ldots, k; \quad n = 1, \ldots, n$$

$$a = 2; \quad k = 4; \quad n = 12$$

Donde:

- $Y_{ikn}$ es la observación para la combinación de tratamientos $i$ en el bloque $k$.
- $i$ representa los niveles del factor $A$ (sistema de protección).
- $\mu$ es la media general.
- $\delta_i$ es el efecto del nivel $i$ del sistema de protección.
- $\tau_k$ es el efecto del bloque $k$.
- $n$ representa el número de repeticiones

De esta manera, se plantea el modelo en el ANOVA (Tabla 11) y se evalúan sus supuestos en la Tabla 12, donde se observa que el modelo no cumple con los supuestos de normalidad, homocedasticidad e independencia.

| **Fuente de variación** | **Gl** | **Suma de Cuadrados** | **Cuadrado Medio** | **F** | $p - valor$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Sistema de Protección | 1 | 50960 | 50960 | 7.504 | 0.00675 ** |
| Bloque | 3 | 32673 | 10891 | | |
| Residuales | 187 | 1269877 | 6786 | | |
| Total | 191 | 1353510 | | | |

**Tabla 11.** *Resultados del ANOVA modelo reducido*

| **Prueba** | **Estadístico** | **Valor-p** |
|---|---|---|
| Lilliefors (normalidad) | D = 0.13339 | 7.319e-09 |
| Brown-Forsythe (homocedasticidad) | F = 1.4586 | 0.2273 |
| Durbin-Watson (independencia) | DW = 2.1351 | 0.7477 |

**Tabla 12.** *Resultados de las pruebas de supuestos del modelo ANOVA reducido*

En vista de lo anterior, se aplica una transformación a la variable de respuesta de producción utilizando el valor de $\lambda = -0{,}50$ estimado mediante el procedimiento de Box-Cox, lo que equivale a la transformación $Y' = 1/\sqrt{Y}$. Esta transformación estabiliza la varianza y mejora la normalidad de los residuos, produciendo resultados consistentes con los observados en el modelo original que incluía el tipo de fertilización y su interacción con el sistema de protección.

En primer lugar, en el modelo de regresión lineal establecido anteriormente, el factor sistema de protección resulta estadísticamente significativo ($valor- < 0{,}05$) según los coeficientes estimados. En particular, el nivel bajo techo presenta una disminución estimada de 0,0063 unidades en la variable respuesta en comparación con el sistema al aire libre, lo que sugiere una mayor producción bajo condiciones protegidas, considerando la transformación aplicada previamente a la variable dependiente. Este resultado se espera confirmar mediante el análisis de varianza (ANOVA) posteriormente.

| **Variable** | **Estimación** | **Error estándar** | **Valor t** | $valor - p$ |
|---|---|---|---|---|
| Intercepto (Al aire libre, Bloque 1) | 0.082026 | 0.002288 | 35.854 | <0.001 |
| Sistema de Protección: Bajo techo | -0.006316 | 0.002046 | -3.087 | 0.002 |
| Bloque 2 | -0.001640 | 0.002894 | -0.567 | 0.572 |
| Bloque 3 | 0.000460 | 0.002894 | 0.159 | 0.874 |
| Bloque 4 | 0.004551 | 0.002894 | 1.573 | 0.117 |

**Tabla 13.** *Estimaciones del modelo lineal final*

Los resultados del modelo ajustado con la variable transformada se presentan en las Tablas 14 y 15. Donde al analizar el modelo ajustado con la transformación, se observa de nuevo que el factor de protección tiene un efecto estadísticamente significativo ($valor - p = 0{,}0023$), lo que refuerza una influencia relevante sobre la producción del cultivo. Y a pesar de que la suma de cuadrados asociada al sistema de protección es numéricamente baja (0,00192), esto se explica por la transformación aplicada, que reduce la escala general de los datos; sin embargo, dicho valor sigue siendo importante, pues representa una proporción significativa de la variabilidad explicada en la producción.

| **Fuente de variación** | **Gl** | **Suma de Cuadrados** | **Cuadrado Medio** | **F** | $p - valor$ |
|---|---|---|---|---|---|
| Sistema de Protección | 1 | 0.00192 | 0.00192 | 9.529 | 0.00233 ** |
| Bloque | 3 | 0.00100 | 0.0003323 | | |
| Residuales | 187 | 0.03758 | 0.0002010 | | |
| Total | 191 | 0.0405 | | | |

**Tabla 14.** *Resultados del ANOVA modelo reducido con transformación*

| **Prueba** | **Estadístico** | **Valor-p** |
|---|---|---|
| Lilliefors (normalidad) | D = 0.0573 | 0.1277 |
| Brown-Forsythe (homocedasticidad) | F = 0.4566 | 0.7129 |
| Durbin-Watson (independencia) | DW = 2.1055 | 0.6776 |

**Tabla 15.** *Resultados de las pruebas de supuestos del modelo ANOVA reducido con transformación*

De forma continua, se aplica un análisis de efectos principales para el factor de protección y una prueba $t$ para muestras independientes sobre los datos transformados con el objetivo de contrastar la diferencia entre los sistemas de protección.

La prueba $t$ encontró una diferencia estadísticamente significativa entre las medias transformadas ($t = 3{,}07$, $valor - p = 0{,}0024$), donde las medias fueron de 0.0829 para el sistema a cielo abierto y 0.0766 para el sistema bajo techo, las cuales, al expresarse en las unidades originales de la variable, corresponden aproximadamente a 145.62 g y 170.64 g respectivamente; por lo tanto, estos resultados indican que el sistema bajo techo presenta, en promedio, una mayor producción que el sistema a cielo abierto, diferencia que también se respalda a partir del intervalo de confianza de la diferencia de medias.

Y el intervalo de confianza del 95 % para la diferencia de medias transformadas es:

$$0{,}0023 < \mu_{\text{Aire Libre}} - \mu_{\text{Bajo Techo}} < 0{,}0104.$$

Dado que el intervalo excluye el cero y se encuentra completamente en el rango positivo, se concluye que la media transformada del sistema Bajo Techo es significativamente menor que la del sistema a cielo abierto. Como la transformación utilizada implica que valores menores corresponden a una mayor producción, este resultado sugiere que, en promedio, el sistema Bajo Techo alcanza una producción significativamente superior en la escala original.

**Tabla 16.** *Medias transformadas y retransformadas de la producción según el sistema de protección*

| Sistema de Protección | Media Transformada | Media Escala Original |
|---|---|---|
| Aire Libre | 0.0829 | 145.5 |
| Bajo Techo | 0.0766 | 170.5 |

Por otro lado, el análisis de efectos principales para el sistema de protección obtuvo que el sistema de protección sí tiene un efecto significativo sobre la producción, y específicamente, el uso de *Bajo Techo* mejora la producción con respecto al uso de *Aire Libre*. Este efecto fue cuantificado como $A = 0{,}000133$ en la escala transformada, lo cual representa un aumento ligero en la producción promedio al pasar de un sistema a otro, como se confirma al ver que la media pasó de $145{,}5g$ a $170{,}5g$.

Finalmente, se evidencia un análisis robusto, ya que todos los modelos y métodos aplicados condujeron a los mismos resultados, lo que refuerza la consistencia y confiabilidad de las conclusiones obtenidas.

### Análisis de calidad

Los datos de calidad, al igual que los de producción, se recolectaron durante dos meses con muestreos bisemanales para evaluar su evolución temporal. Este período coincidió con eventos climáticos significativos, particularmente un episodio de granizo ocurrido una semana antes del inicio del estudio y otro posterior, cuyos efectos se analizarán en detalle más adelante.

La selección de frutos se realizó aleatoriamente con prioridad en los grados 4, 5 y 6 de la escala de madurez. Sin embargo, la muestra incluyó algunos frutos en estados premaduros, lo que introdujo variabilidad natural en los datos. Esta heterogeneidad, aunque valiosa para

estudiar relaciones con otras variables, limitó el análisis individual por categorías de color. Como señala la norma NTC 4106 (Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (ICONTEC), 1997), las comparaciones estadísticas requieren grupos balanceados por color y de un tamaño muestral considerable para cada grupo, condición que no se cumplió en este caso.

Asimismo, la Figura 10 evidencia estas características muestrales, mostrando: (1) predominancia de frutos en estados avanzados de maduración (colores 4-6) en todos los tratamientos, y (2) presencia consistente de frutos completamente maduros (color 6) en todas las condiciones experimentales.

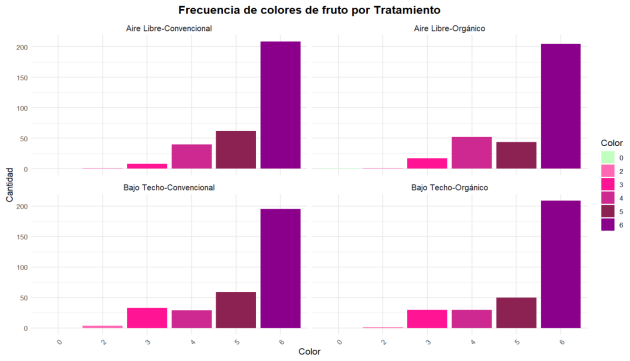



**Figura 10.** *Frecuencia relativa de colores por tratamiento*

Además, la Figura 11 revela diferencias notables en la sanidad de los frutos entre tratamientos: algunos, especialmente aquellos bajo condiciones de protección (bajo techo), presentan una mayor proporción de frutos sanos, mientras que los tratamientos a campo abierto tienden a mostrar una proporción más baja. Estos resultados sugieren diferencias en la eficacia fitosanitaria de los tratamientos evaluados; sin embargo, su interpretación debe tener en cuenta el impacto de eventos climáticos ocurridos al inicio del estudio, como el granizo, que afectaron particularmente a los frutos en desarrollo recolectados en las semanas posteriores.

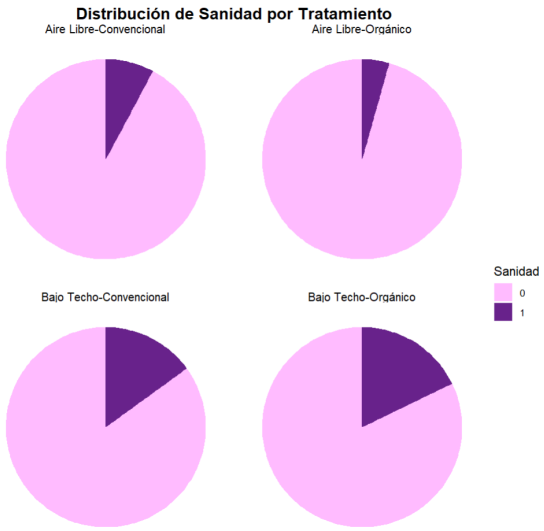



**Figura 11.** *Proporción de frutos sanos vs. no sanos por tratamiento*

De forma complementaria, la Figura 12 indica que los frutos más jóvenes (colores 1 a 3) tienden a presentar mejores condiciones sanitarias, con excepción del color 0, el cual —como se observó en la Figura 10— corresponde a casos atípicos cuya baja frecuencia muestral impide su inclusión en análisis comparativos formales.

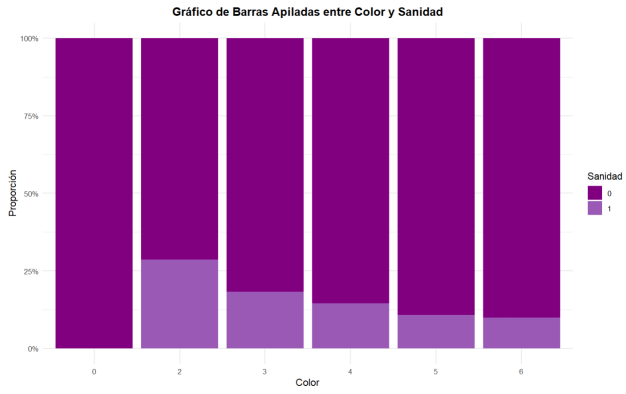



**Figura 12.** *Frecuencia de sanidad por categoría de color*

Teniendo en cuenta lo anterior y para mejorar el análisis, se creará una nueva variable que agrupará a los frutos según su color, considerando que el color es un posible indicador del estado de madurez. La clasificación propuesta se basa en la distribución de frecuencias observadas y en una interpretación cualitativa del desarrollo del fruto. Así, los niveles originales

de la variable Color serán agrupados de la siguiente manera:

- Los colores 0, 2 y 3 serán clasificados como "No maduro", ya que representan estadios tempranos de desarrollo del fruto.
- Los colores 4 y 5 se agruparán como "Semimaduro", indicando un estado intermedio en intensidad de color .
- El color 6 se clasificará como "Maduro", representando un color más intenso asociado a frutos completamente desarrollados.

Esta nueva variable, denominada Estado de Madurez, facilitará un análisis más robusto al reducir la dispersión de frecuencias y permitirá interpretar los resultados en términos biológicos o agronómicos más relevantes.

Por otro lado, el análisis descriptivo de las variables continuas en general (Tabla 17) reveló que el peso de los frutos presentó una media de 2.40 g (rango: 0.70-7.20 g), el tamaño promedio fue de 20.84 mm (2.16-34 mm), y los grados Brix mostraron un valor medio de 6.20 (2.0-11.0), evidenciando una notable variabilidad en las características de calidad de los frutos que servirá como base para las comparaciones posteriores entre tratamientos.

| **Estadístico** | **Peso (g)** | **Tamaño (mm)** | **Brix** |
|---|---|---|---|
| Mínimo | 0.700 | 2.16 | 2.000 |
| 1er Cuartil | 1.900 | 18.70 | 5.000 |
| Mediana | 2.300 | 20.70 | 6.000 |
| Media | 2.404 | 20.84 | 6.204 |
| 3er Cuartil | 2.900 | 23.00 | 7.500 |
| Máximo | 7.200 | 34.00 | 11.000 |

**Tabla 17.** *Resumen estadístico de variables de calidad del fruto*

Este comportamiento se visualiza claramente en la Figura 13, donde las distribuciones pre-

sentan patrones diferenciados: los grados Brix muestran una concentración de valores entre 4-8°Brix con asimetría positiva, el peso exhibe una distribución bimodal que sugiere la existencia de subpoblaciones distintas, y el tamaño presenta una dispersión más uniforme entre 10-30 mm, aunque con ligera concentración alrededor de los 20 mm.

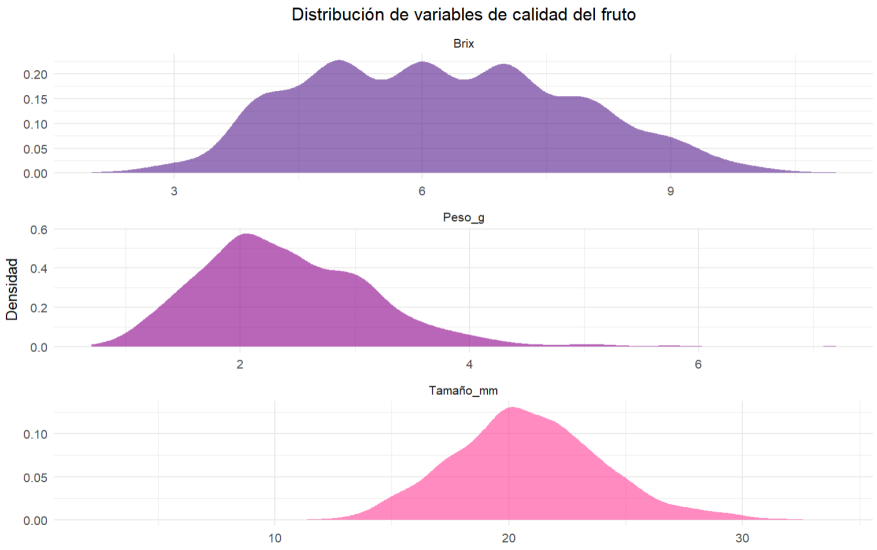



**Figura 13.** *Distribución variables de calidad continuas: peso, tamaño y grados Brix*

La comparación entre los estadísticos descriptivos y las distribuciones gráficas revela que, mientras las medias proporcionan valores de referencia, las distribuciones detallan comportamientos no lineales: la bimodalidad en el peso explica los amplios rangos observados (0.70-7.20 g), sugiriendo que los tratamientos podrían afectar diferencialmente a subgrupos de frutos. Similarmente, la asimetría en °Brix indica que, aunque el promedio es 6.20, la mayoría de frutos se concentra en valores inferiores (4-7 grados Brix) con pocos casos extremos elevando la media.

Para continuar con el análisis, es necesario evaluar los supuestos de normalidad, ya que de ello depende la elección del tipo de pruebas estadísticas a aplicar. En la Figura 14 se observa que, para las tres variables evaluadas, no es del todo evidente un ajuste claro a la línea teórica del gráfico Q-Q, indicando discrepancias respecto al supuesto de normalidad. En particular, la variable Peso muestra una curvatura pronunciada en los extremos (colas),

lo cual sugiere una distribución sesgada o con colas pesadas, a pesar de que la mayoría de los valores están centrados alrededor de cero. De manera similar, la variable Grados Brix presenta acumulación de frecuencias en ciertos valores discretos, lo que también se aleja de un comportamiento normal. Por otro lado, la variable Tamaño es la que más se aproxima visualmente a una distribución normal, tanto en el gráfico Q-Q como en la gráfica de densidad (Figura 13); sin embargo, presenta una ligera expansión de la variabilidad entre los valores -2 y 2 en el gráfico Q-Q.

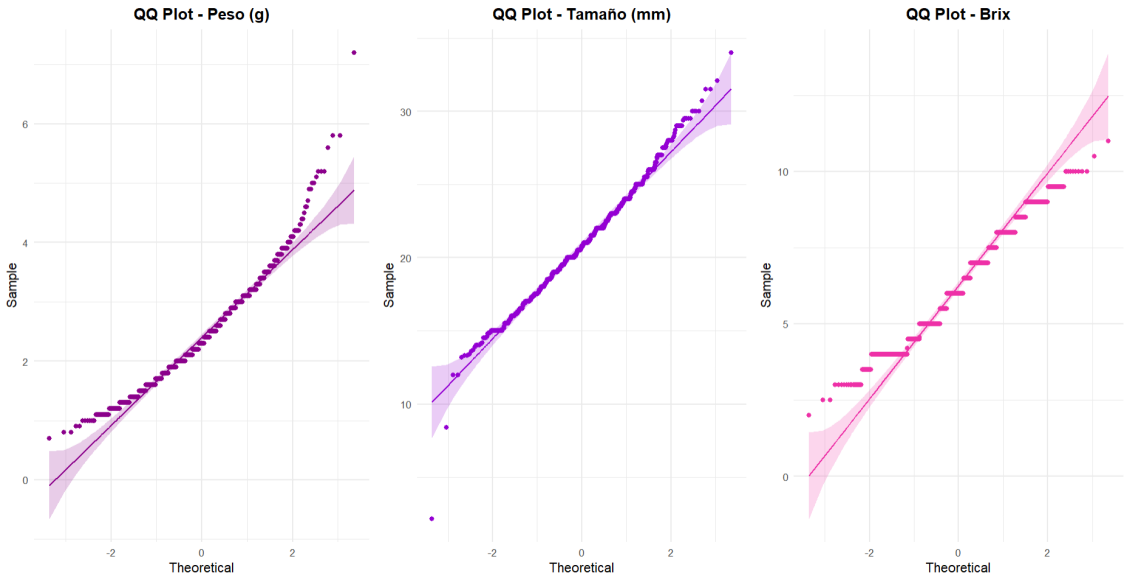



**Figura 14.** *Gráficos Q-Q para evaluar normalidad en peso, tamaño y grados Brix*

La validación formal de estos supuestos se realizó mediante pruebas estadísticas de normalidad. Para el caso univariado, se utilizó la prueba de Lilliefors (adecuada para muestras grandes), y para el caso multivariado, la prueba de Mardia. Los resultados se resumen en las Tablas 19 y 18, donde se observa que en ambos casos el $valor - p$ es menor que el nivel de significancia $\alpha = 0{,}5$. Por tanto, existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis nula ($H_0$), concluyendo que las variables no siguen una distribución normal, ni de forma univariada ($X \nsim N(\mu, \sigma^2)$), ni multivariada ($X \nsim N(\mathbf{0}, \mathbf{\Sigma})$).

| Test | Estadístico | Valor-p | Normalidad |
|---|---|---|---|
| Mardia Skewness | 3774.478 | 0 | NO |
| Mardia Kurtosis | 235.866 | 0 | NO |
| MVN | – | – | NO |

**Tabla 18.** *Pruebas de normalidad multivariada*

| Test | Variable | Estadístico | Valor-p | Normalidad |
|---|---|---|---|---|
| Lilliefors (K-S) | Peso (g) | 0.0532 | <0.001 | NO |
| Lilliefors (K-S) | Tamaño (mm) | 0.0427 | <0.001 | NO |
| Lilliefors (K-S) | Brix | 0.1075 | <0.001 | NO |

**Tabla 19.** *Pruebas de normalidad univariada*

A continuación, y considerando que el análisis previo evidenció la necesidad de emplear pruebas no paramétricas, se procedió a evaluar las variables Peso y Grados Brix en función de los valores de referencia establecidos por la norma NTC 4106, entendiendo que dicha norma está basada en la mora de Castilla y este estudio se enfoca en la mora Uva, se adoptó un enfoque conservador utilizando como umbral de referencia el valor mínimo del calibre E para el peso.

En este contexto, se formuló la siguiente prueba de hipótesis:

$$H_0 : \text{Mediana}_{\text{peso}} \geq 3{,}2$$

$$H_1 : \text{Mediana}_{\text{peso}} < 3{,}2$$

Posteriormente, se aplicó la prueba de Wilcoxon de rangos con signo, obteniéndose un estadístico $W = 50911$ y un $p$-valor menor a $2{,}2 \times 10^{-16}$, lo que proporciona evidencia sumamente significativa para rechazar la hipótesis nula. En consecuencia, se concluye que la mediana

del peso del fruto es significativamente inferior a 3.2 g bajo las condiciones evaluadas, siendo la mediana observada de 2.3 g, como se muestra en la Tabla 17. Una posible explicación de este resultado es que el fruto de mora Uva es más pequeño que el de mora Castilla, por lo que la diferencia observada resulta coherente.

De manera similar, se analizaron los grados Brix como indicador clave de madurez y calidad, tomando como referencia el valor mínimo de 7.2° correspondiente al Color 5. Esta elección se basó en la distribución de colores observada, donde el Color 6 (morado oscuro) mostró la mayor frecuencia en el cultivo, lo que hacía necesario establecer un punto de comparación con el color inmediatamente anterior en la escala de madurez.

La hipótesis se formuló de la siguiente manera:

$$H_0 : \text{Mediana}_{\text{Brix}} \geq 7{,}2$$

$$H_1 : \text{Mediana}_{\text{Brix}} < 7{,}2$$

La aplicación de la prueba de Wilcoxon proporcionó evidencia contundente para rechazar la hipótesis nula $H_0$ ($W = 168{,}648$, $p < 2{,}2 \times 10^{-16}$), confirmando que la mediana de °Brix es significativamente inferior a 7.2°. Este resultado indica que, en términos de sólidos solubles, los frutos no alcanzan el nivel mínimo requerido para el estándar de calidad de mora Castilla esperado en el estado o color de maduración 5, siendo la mediana observada de 6, como se presenta en la Tabla 17. Cabe destacar que las características relacionadas con los grados brix que previamente fueron mencionadas, como el tamaño y el peso del fruto, también resultaron ser inferiores.

Por otro lado con el objetivo de evaluar las diferentes relaciones de la variable sanidad con las otras desde un punto teórico, se analiza la relación entre el estado sanitario y los parámetros de calidad, examinando las diferencias en peso, tamaño y °Brix entre frutos sanos y no sanos mediante pruebas de Mann-Whitney.

En cada caso, se contrastaron las hipótesis:

$H_0$: No hay diferencia en la distribución (la mediana es igual) entre los grupos de sanidad.

$H_1$: Existe una diferencia en la distribución (la mediana no es igual) entre los grupos de sanidad

El análisis comparativo mediante pruebas de Mann-Whitney reveló distintos patrones en los parámetros de calidad según el estado sanitario de los frutos. Para la variable peso, se obtuvo un estadístico $W = 74,136$ con $valor - p = 0{,}067$, valor que supera el nivel de significancia establecido ($\alpha = 0{,}05$), lo que indica ausencia de diferencias significativas entre frutos sanos y no sanos. En contraste, el tamaño mostró diferencias estadísticamente significativas ($W = 73,084; valor - p = 0{,}037$), sugiriendo que los frutos sanos tienden a presentar mayores dimensiones que aquellos con problemas sanitarios. Respecto al contenido de sólidos solubles (°Brix), los resultados ($W = 83,786; valor - p = 0{,}631$) no evidenciaron variaciones asociadas al estado sanitario, lo que implica que este parámetro de calidad no se ve afectado por las condiciones que determinan la sanidad del fruto. Estos hallazgos revelan que, entre las variables analizadas, sólo el tamaño presenta una relación clara con el estado sanitario, mientras que el peso y los °Brix parecen comportarse de manera independiente a esta condición.

Por otro lado, en busca de predecir y explorar las relaciones entre las variables evaluadas y la sanidad de los frutos, se ajustó inicialmente un modelo logístico empleando variables continuas (tamaño, peso y °Brix) y categóricas (estado de madurez, tratamiento y bloque de cultivo) como predictores. Posteriormente, se ajustó un modelo aditivo generalizado (GAM) bajo una distribución binomial y enlace logit que permitió capturar posibles relaciones no lineales entre las variables continuas y la probabilidad de sanidad.

La comparación de los modelos mediante el criterio de información de Akaike (AIC) y su versión corregida (AICc) se presenta en la Tabla 20, donde el modelo GAM mostró un mejor ajuste frente a los valores de AIC y AICc del modelo logístico tradicional.

| Modelo | AIC | AICc |
|---|---|---|
| Logístico | 857.83 | 858.07 |
| GAM | 855.15 | 855.31 |

**Tabla 20.** *Comparación de modelos logístico y GAM según criterios AIC y AICc.*

Asimismo, esta superioridad también se evidencia en la Figura 15, donde se presentan las curvas ROC de ambos modelos, y donde la curva correspondiente al GAM muestra un desempeño ligeramente superior en términos de sensibilidad y especificidad frente al modelo logístico, reflejando una mejor capacidad discriminatoria para predecir la sanidad de los frutos.

Por esta razón, se decide continuar el análisis e interpretación basados en el modelo GAM.

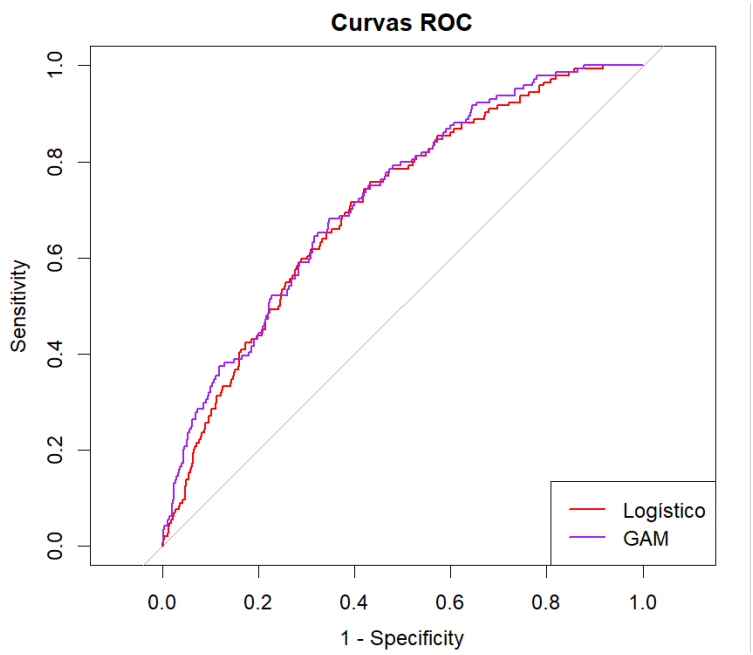



**Figura 15.** *Curvas ROC comparativas de los modelos logístico y GAM para la predicción de la sanidad de frutos.*

Los resultados, presentados en la Tabla 21, indican que el estado de madurez ejerce un efecto significativo sobre la sanidad: los frutos maduros presentan una probabilidad signifi-

cativamente menor de estar sanos en comparación con los frutos verdes ($valor - p = 0{,}006$), mientras que para los frutos semimaduros esta diferencia no resultó estadísticamente significativa ($valor - p = 0{,}21$).

La relación de los tratamientos reveló patrones diferenciados en su efecto sobre la sanidad de los frutos. El tratamiento "Bajo Techo - Orgánico" mostró el impacto más notable, con un efecto positivo altamente significativo ($valor - p = 0{,}001$); de manera similar, el tratamiento Bajo Techo - Convencional también presentó una influencia positiva significativa ($valor - p = 0{,}025$). En contraste, el sistema Aire Libre exhibió una tendencia negativa que no alcanzó significancia estadística en ninguno de los sistemas de fertilización.

Respecto a los efectos no lineales, el modelo identificó que el peso influye en la sanidad mediante una relación compleja y no lineal ($valor - p = 0{,}008$), lo que podría indicar la existencia de rangos óptimos de peso asociados a una mayor probabilidad de frutos sanos. Sin embargo, ni el tamaño ($p = 0{,}224$) ni los °Brix ($p = 0{,}253$) mostraron efectos suavizados significativos en el modelo final.

El modelo presenta limitaciones derivadas del desbalanceo de clases en los datos (mayor proporción de frutos no sanos) y su baja capacidad explicativa (solo 9,2 % de varianza explicada), lo que restringe su poder predictivo. No obstante, resulta valioso en el contexto de este estudio descriptivo y exploratorio, al permitir identificar patrones no lineales y efectos específicos que pueden orientar futuras investigaciones.

| Variable | Estimación | Error estándar | z | valor-p | Signif. |
|---|---|---|---|---|---|
| Intercepto | -1.832 | 0.417 | -4.39 | <0.001 | * |
| EstadoMadurez: Semimaduro | -0.425 | 0.338 | -1.26 | 0.210 | |
| EstadoMadurez: Maduro | -1.029 | 0.379 | -2.72 | 0.006 | ** |
| Bloque 2 | -0.035 | 0.273 | | | |
| Bloque 3 | 0.034 | 0.259 | | | |
| Bloque 4 | 0.314 | 0.259 | | | |
| Tratamiento: Aire Libre - Orgánico | -0.650 | 0.351 | -1.86 | 0.064 | . |
| Tratamiento: Bajo Techo - Convencional | 0.606 | 0.270 | 2.24 | 0.025 | * |
| Tratamiento: Bajo Techo - Orgánico | 0.952 | 0.264 | 3.61 | <0.001 | *** |
| **Términos suavizados** | | | | | |
| $s$(Tamaño_mm) | edf = 6.63 | – | $\chi^2 = 10.24$ | p = 0.224 | |
| $s$(Peso_g) | edf = 2.09 | – | $\chi^2 = 11.15$ | p = 0.008 | ** |
| $s$(Brix) | edf = 1.00 | – | $\chi^2 = 1.31$ | p = 0.253 | |

**R-cuadrado ajustado**: 0.054 **Deviance explicada**: 9.2 % **UBRE**: -0.332 **n**: 1280

**Tabla 21.** *Resumen del modelo GAM para la variable Sanidad*

Además, el análisis revela una aparente contradicción entre los resultados bivariados y multivariados: mientras la prueba de Wilcoxon identificó diferencias significativas en tamaño entre frutos sanos y no sanos ($valor - p < 0{,}05$), este efecto desapareció en el modelo GAM. Esta discrepancia se explica por la alta correlación entre tamaño y peso (Figura 16), donde el GAM -al evaluar efectos parciales- asignó mayor peso explicativo a esta última variable. Paradójicamente, el peso, que no mostró diferencias significativas en el análisis bivariado ($valor - p = 0{,}067$), emergió como predictor significativo en el GAM ($valor - p = 0{,}008$) debido a su relación no lineal con la sanidad.

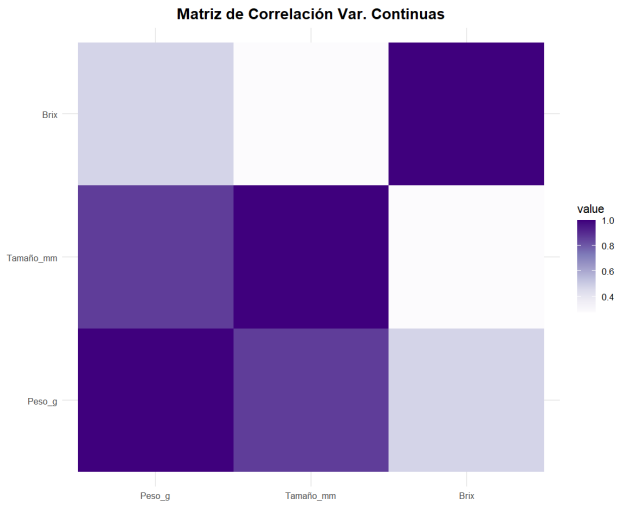



**Figura 16.** *Matriz de correlación entre variables continuas: peso, tamaño y grados Brix*

Por otro lado, desde una mirada por tratamiento, la Figura 17 muestra la comparación de Grados Brix, Peso y Tamaño del fruto entre tratamientos que combinan tipo de manejo (Convencional u Orgánico) y condición de cultivo (Aire Libre o Bajo Techo). Se observa que los Grados Brix tienden a ser mayores en el tratamiento Bajo Techo-Orgánico, aunque con alta variabilidad. El Peso muestra pocas diferencias entre tratamientos, con una leve disminución en los orgánicos. En cuanto al Tamaño, se mantiene más constante, con una ligera ventaja en condiciones Bajo Techo. Estas tendencias sugieren posibles efectos del manejo y el ambiente, aunque influenciados por la variabilidad entre bloques.




**Figura 17.** *Diagramas de caja por tratamiento y bloque para variables de peso, tamaño y grados Brix*

Finalmente, se realizó una comparación de las variables de calidad del fruto (Peso, Tamaño y Grados Brix) entre los distintos tratamientos establecidos, los cuales combinan dos tipos de manejo (Convencional u Orgánico) y dos condiciones de cultivo (Aire Libre o Bajo Techo). Para ello, y debido al incumplimiento del supuesto de normalidad, se empleó la prueba no paramétrica de Kruskal-Wallis para comparar medianas entre más de dos grupos.

Los resultados se presentan a continuación:

- Para la variable **Peso del fruto**, la prueba de Kruskal-Wallis no mostró diferencias estadísticamente significativas entre tratamientos ($\chi^2 = 0{,}713$, gl $= 3$, $valor{-}p = 0{,}8702$), indicando que el peso del fruto se mantiene relativamente constante independientemente del tipo de manejo y condición de cultivo.

- En el caso de los **Grados Brix**, la prueba tampoco mostró diferencias significativas entre tratamientos ($\chi^2 = 3{,}274$, gl $= 3$, $valor - p = 0{,}3513$), lo que sugiere que el con-

tenido de azúcares solubles no está influenciado de manera estadísticamente detectable por los tratamientos aplicados.

- Por otro lado, para la variable **Tamaño del fruto**, la prueba de Kruskal-Wallis sí arrojó diferencias estadísticamente significativas entre tratamientos ($\chi^2$ = 10,704, gl = 3, $valor - p$ = 0,0134), lo que motivó la realización de comparaciones múltiples post-hoc mediante la prueba de Dunn.

La prueba de Dunn permitió identificar qué pares de tratamientos presentaban diferencias significativas en el tamaño del fruto. En la Tabla 22 se observan los resultados:

| **Comparación** | **Estadístico Z** | **Valor-p** | **Significancia** |
|---|---|---|---|
| Aire Libre Convencional vs Aire Libre Orgánico | -2.971 | 0.0015 | ** |
| Aire Libre Convencional vs Bajo Techo Convencional | -1.668 | 0.0477 | * |
| Aire Libre Convencional vs Bajo Techo Orgánico | -0.441 | 0.3295 | |
| Aire Libre Orgánico vs Bajo Techo Convencional | 1.303 | 0.0963 | |
| Aire Libre Orgánico vs Bajo Techo Orgánico | 2.530 | 0.0057 | * |
| Bajo Techo Convencional vs Bajo Techo Orgánico | 1.227 | 0.1100 | |

**Tabla 22.** *Comparaciones múltiples post-hoc para la variable Tamaño (mm) entre tratamientos, mediante la prueba de Dunn*

Los resultados del test de Dunn, aplicando la corrección de Bonferroni, revelaron diferencias estadísticamente significativas entre los tratamientos Aire Libre-Convencional y Aire Libre-Orgánico (*valor-p* = 0,0015), así como entre Aire Libre-Convencional y Bajo Techo-Convencional (*valor-p* = 0,0477) y entre Aire Libre-Orgánico y Bajo Techo-Orgánico (*valor-p* = 0,0057).

Estos resultados sugieren que el tipo de fertilización y las condiciones de cultivo influyen de manera significativa en el tamaño del fruto, particularmente en los sistemas de cultivo al aire

libre y bajo techo con fertilización tipo orgánica.

En términos generales, se observa que la variable Tamaño fue la única entre los atributos de calidad evaluados que mostró una respuesta diferenciada frente a los tratamientos, reflejando el impacto de las prácticas de manejo agrícola sobre esta característica física del fruto.

Finalmente, para identificar la dirección de esta diferencia, se analizaron los rangos promedio por tratamiento, donde el tratamiento Aire Libre-Orgánico presentó el rango promedio más alto entre todos los grupos, como se observa en la Figura 18, lo que indica una mayor tendencia a producir frutos de mayor tamaño. Este resultado refuerza la conclusión de que el sistema de fertilización orgánica, aplicado en condiciones de campo abierto, podría representar una alternativa más favorable para mejorar la calidad del fruto en términos de su dimensión física.

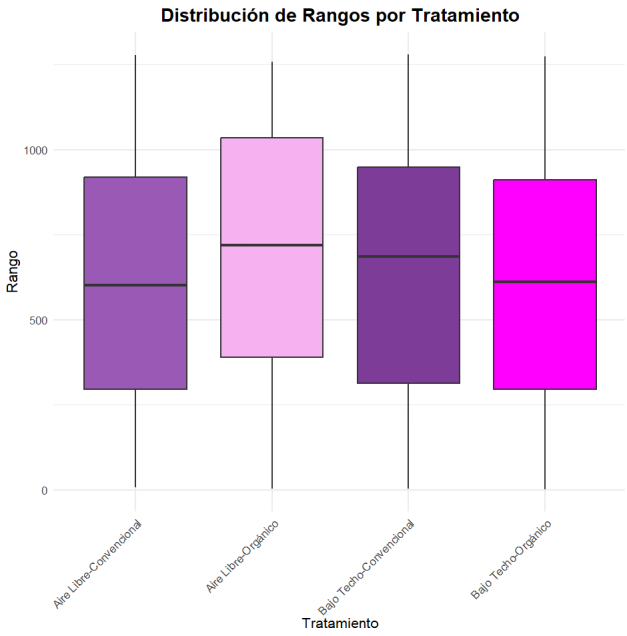



**Figura 18.** *Rangos por tratamiento según variable tamaño*

# Conclusiones

1. El estudio presenta limitaciones en su validez externa al no cubrir un ciclo completo de producción de mora (70-80 días, Grijalba, Calderón, y Pérez-Trujillo (2010)), lo que podría comprometer la precisión de los resultados, especialmente en las mediciones de rendimiento y calidad que normalmente varían a lo largo del desarrollo fenológico completo de la planta.

2. Con base en los distintos modelos evaluados y el análisis realizado para la variable de producción, se concluye que el sistema de protección Bajo Techo incrementa significativamente la producción de mora uva sin importar el tipo de fertilización. Por tanto, se recomienda a los productores de mora uva, bajo las condiciones ambientales evaluadas, implementar el sistema de protección en forma de techo capilla, con el fin de mejorar la productividad del cultivo.

3. Entre los parámetros de calidad evaluados (peso, tamaño y grados Brix), únicamente el tamaño del fruto presentó diferencias significativas ($p$-valor $< 0{,}05$) entre tratamientos. En particular, el tratamiento Aire Libre con fertilización orgánica produjo frutos de mayor tamaño en comparación con los demás grupos, según la prueba de Dunn ajustada. Por lo tanto, si la calidad se evaluara únicamente con base en el tamaño del fruto, se recomendaría implementar el cultivo al aire libre combinado con fertilización radicular orgánica, dado que esta combinación no solo es la más eficiente en términos de tamaño, sino que también constituye la opción más económica al evitar los costos asociados a sistemas de protección.

## Trabajos Futuros

- Extender la duración del estudio para cubrir el ciclo productivo completo de la mora (70–80 días), conforme a lo reportado por Grijalba y cols. (2010). Esto permitiría evaluar con mayor precisión las variaciones en rendimiento y calidad del fruto.

- Asimismo, se recomienda implementar evaluaciones periódicas en distintos estados de madurez (definidos por color y/o características fenológicas), para analizar las dinámicas temporales en cada fase de desarrollo. Este enfoque permitiría identificar efectos estacionales sobre las variables de interés y generar datos más robustos para la variedad de mora Uva, considerando su comportamiento específico en cada etapa fenológica.

- Incorporar variables adicionales como diámetro y pH, las cuales podrían interactuar con las prácticas de manejo y afectar la sanidad y calidad del fruto. Su inclusión facilitaría un análisis multivariado más integral, identificando posibles relaciones entre factores agronómicos y atributos de calidad.

- Aplicar técnicas de sobremuestreo en el modelo de sanidad para balancear las clases y evaluar si mejora el rendimiento predictivo.

# Referencias

A., S. J. (2020). *Respuesta de tres cultivares de rubus spp. en sus etapas de crecimiento vegetativo y reproductivo bajo macrotúneles* . Universidad Nacional de Colombia, Palmira.

Agronegocios. (2024). *Las moras de pirineos alto en san bernardo que proveen 34 % de la oferta nacional.* Descargado de https://www.agronegocios.co/agricultura/las-moras-de-pirineos-alto-en-san-bernardo-que-proveen-34-de-la-oferta-nacional-3860439

B., E. (1988). Análisis agroclimático para la producción de frutales caducifolios en colombia. En R. Salazar (Ed.), *Memorias del primer curso nacional de frutales de clima frío.* Medellín, Colombia: Instituto Colombiano Agropecuario (ICA).

Bolaños B., Martha M. et al. (2020). Manual de recomendaciones técnicas para el cultivo de mora en cundinamarca [Manual de software informático]. Descargado de https://repository.agrosavia.co/bitstream/handle/20.500.12324/36825/Ver_documento_36825.pdf?sequence=4&isAllowed=y

Box, G. E., y Cox, D. R. (1964). An analysis of transformations. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, *26*(2), 211–252.

Boyacá 7 Días. (2024). *Fuerte granizada generó emergencia en san miguel de sema.* https://boyaca7dias.com.co/2024/04/01/fuerte-granizada-genero-emergencia-en-san-miguel-de-sema/.

Brown, M. B., y Forsythe, A. B. (1974). Robust tests for the equality of variances. *Journal of the American Statistical Association*, *69*(346), 364–367. Descargado de https://www.jstor.org/stable/2285659 doi: 10.2307/2285659

C., G. J., y A., H. M. (2023). Puntos críticos de la cadena productiva de la mora (rubus glaucus benth), en el municipio de pamplona, colombia. *Revista de Investigación de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia*, *12*(2), 123-145. Descargado de https://revistas.uptc.edu.co/index.php/investigacion_duitama/

article/view/10008/9710#content/citation_reference_8

Casierra P, F., y Aguilar A., O. (2008). Respuestas fisiológicas y morfológicas de plantas de mora (rubus sp.) sometidas a estrés por viento inducido. *Revista Colombiana de Ciencias Hortícolas*, *2*(1), 43–53.

Corder, G. W., y Foreman, D. I. (2014). *Nonparametric statistics: A step-by-step approach* (2nd ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

Dean, A. M., Voss, D., y Draguljić, D. (2017). *Design and analysis of experiments* (2nd ed.). Cham: Springer. Descargado de https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-319-64547-6 doi: 10.1007/978-3-319-64547-6

Debasish, D. (2025). Understanding dunn's test: A guide to real-world applications. *LinkedIn*. Descargado de https://www.linkedin.com/pulse/understanding-dunns-test-guide-real-world-applications-debasish-deb-hcgtf/

de Proyectos ASOHOFRUCOL, U. T. (2017). Guía básica para la implementación de buenas prácticas agrícolas [Manual de software informático].

Durbin, J., y Watson, G. S. (1950). Testing for serial correlation in least squares regression. i. *Biometrika*, *37*(3/4), 409–428.

Federación Nacional de Cafeteros. (1992). *El cultivo de la mora de castilla.* Colombia: Federación Nacional de Cafeteros. (Cartilla divulgativa)

Fischer, G. (2000). Ecofisiología en frutales de clima frío moderado. En *Memorias del iii seminario de frutales de clima frío moderado.* Manizales, Colombia: Centro de Desarrollo Tecnológico de Frutales, Corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria (Corpoica).

Franco, G., y Giraldo, M. (2001). *El cultivo de la mora.* Manizales, Colombia: Instituto Colombiano Agropecuario (ICA), Corporación Colombiana de Investigación Agropecuaria (Corpoica), Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural.

Franco Germán et al. (2020). *Tecnología para el cultivo de la mora.* Mosquera, Colombia: Agrosavia.

Gallardo, I., y Cuadra, J. (2009). *Producción de mora híbrida (zarzamora).* (Recuperado de http://www.abcagro.com/frutas/frutas$_t$*radicionales*/*mora*$_h$*ibrida.asp*1,10)

Grijalba, C., Calderón, L. A., y Pérez-Trujillo, M. M. (2010). Rendimiento y calidad de la fruta en mora de castilla (rubus glaucus benth), con y sin espinas, cultivada en campo abierto en cajicá (cundinamarca, colombia). *Revista Facultad de Ciencias Básicas*, *6*(1). Descargado de https://www.researchgate.net/publication/277264501_Rendimiento_y_calidad_de_la_fruta_en_mora_de_castilla_rubus_glaucus_benth_con_y_sin_espinas_cultivada_en_campo_abierto_en_Cajica_Cundinamarca_Colombia

Hernandes P. Diana et al. (2018). Caracterización de agentes causales de enfermedades en el cultivo de mora (rubus glaucus) en la finca manantial en la vereda sabaneta, municipio de la vega, cundinamarca. *Dialnet*, *4*(1), 9-17. Descargado de https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/8658050.pdf

Hernández V., Ricardo. (2024). Guía:tipos de fertilizante y su aplicación [Manual de software informático]. Descargado de https://hydroenv.com.mx/id250/

(ICA), I. C. A. (2012). *Manejo fitosanitario del cultivo de la mora.* Instituto Colombiano Agropecuario. Descargado de https://www.ica.gov.co/getAttachment/b7e061eb-ebd3-4f80-9518-c771712405eb/-nbsp3bmanejo-fitosanitario-delcultivo-de-la-mora.aspx

Instituto Colombiano de Normas Técnicas y Certificación (ICONTEC). (1997). *Norma técnica colombiana ntc 4106: Frutas frescas. mora de castilla. especificaciones.* Bogotá, Colombia: ICONTEC. (Disponible en línea: https://www.scribd.com/doc/124247711/50159808-NTC4106-mora)

Kays, S. (1999). Preharvest factors affecting appearance. *Postharvest Biology and Technology*, *15*(3), 233–247.

Korkmaz, S., Goksuluk, D., y Zararsiz, G. (2014). Mvn: An r package for assessing multivariate normality. *The R Journal*, *6*(2), 151–162. Descargado de https://

journal.r-project.org/archive/2014-2/korkmaz-goksuluk-zararsiz.pdf

La Finca de Hoy. (2023a). *Cultivo de la mora uva.* https://youtu.be/aeEj26BIud8.

La Finca de Hoy. (2023b). *Labores culturales y cosecha de la mora uva.* https://www.youtube.com/watch?v=JOxpLAe77oI.

Lilliefors, H. W. (1967). On the kolmogorov-smirnov test for normality with mean and variance unknown. *Journal of the American Statistical Association*, *62*(318), 399–402. Descargado de https://www.jstor.org/stable/2283970 doi: 10.2307/2283970

Ministerio de Agricultura y Desarrollo Rural. (2020). *Cifras sectoriales de la mora.* https://sioc.minagricultura.gov.co/Mora/Documentos/2020-12-31%20Cifras%20Sectoriales.pdf. ([PDF], Observatorio de Cadenas Productivas de la Mora)

Montgomery, D. C. (2012). *Statistical quality control: A modern introduction* (7th ed.). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons.

Montgomery, D. C. (2017). *Design and analysis of experiments* (9.ª ed.). Hoboken, NJ: Wiley.

Olaya Ochoa, J. (2012). *Métodos de regresión no paramétrica.* Cali, Colombia: Universidad del Valle.

Osborne, J. W. (2010). Improving your data transformations: Applying the box-cox transformation. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, *15*(12), 1–9.

Rosales A., R. A., Apaza m., E., y Bonilla L., J. A. (2004). *Economía de la producción de bienes agrícolas: teoría y aplicaciones* (Inf. Téc.). Universidad de los Andes. Descargado de https://repositorio.uniandes.edu.co/entities/publication/0e9ba43e-b8ce-459d-a337-c32a17beb4a8

Secretaría de Agricultura y Desarrollo Rural de Antioquia. (2014). Manual técnico del cultivo de mora bajo buenas prácticas agrícolas [Manual de software informático].

Statistics How To. (2024). *Empirical distribution function (edf): Definition, examples.* Descargado de https://www.statisticshowto.com/empirical-distribution

-function/ (Accessed: 23 April 2025)

Steel, R. G. D., y Torrie, J. H. (1980). *Principles and procedures of statistics: A biometrical approach* (2nd ed.). New York: McGraw-Hill.

Suárez G., Dolores and Serrano Hector. (2021). *Invernaderos, el cultivo del futuro: Agricultura protegida.* Descargado de https://tecnoagro.com.mx/2021/07/07/invernaderos-el-cultivo-del-futuro-agricultura-protegida/ (Consultado: 2025-04-21)

Tarazona, E. (2017). *Acompañamiento al proyecto "mejoramiento productivo de los pequeños productores de mora castilla", en el municipio de pamplona, norte de santander* (Inf. Téc.). Pamplona, Norte de Santander: Universidad de Pamplona.

Team, D. (2025). *Tutorial sobre la prueba de wilcoxon.* Descargado de https://datatab.es/tutorial/wilcoxon-test (Accedido: 2025-04-27)

Villagran M., E. A., y Ortiz R., G. A. (2021). Research on the microclimate of protected agriculture structures using numerical simulation tools: A technical and bibliometric analysis as a contribution to the sustainability of under-cover cropping. *ResearchGate*. Descargado de https://www.researchgate.net/publication/354690131_Research_on_the_Microclimate_of_Protected_Agriculture_Structures_Using_Numerical_Simulation_Tools_A_Technical_and_Bibliometric_Analysis_as_a_Contribution_to_the_Sustainability_of_Under-Cover_Cropping

Wilcoxon, F. (1945). Individual comparisons by ranking methods. *Biometrics Bulletin*, *1*(6), 80–83. Descargado de https://www.jstor.org/stable/3001968 doi: 10.2307/3001968